

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ В МОДЕЛЯХ ЭКОНОМИКИ

Оленёв Н.Н.

Модели экономики страны содержат большое число параметров, которые не удастся определить напрямую по данным экономической статистики. Но и в случае, когда данных статистики хватает, качество исходных статистических данных, как правило, таково, что их хватает только для определения интервалов, в которые попадают параметры модели. Кроме того, бывает, что начальные значения некоторых переменных модели являются неизвестными и поэтому должны рассматриваться как такого рода параметры.

Неизвестные параметры модели экономики определяют косвенным образом, сравнивая временные ряды выходных переменных модели с известными статистическими временными рядами.

В качестве критериев близости расчетного X_t и статистического Y_t временных рядов удобно использовать коэффициент корреляции Пирсона $P \in [-1, 1]$ и индекс несовпадения Тэйла $U \in [0, 1]$. Коэффициент корреляции является мерой силы и направленности линейной связи между сравниваемыми временными рядами и, чем он ближе к +1, тем более схоже поведение этих рядов.

При этом следует учитывать, что инфляционная составляющая может преувеличивать линейную связь рядов, поэтому при использовании коэффициента корреляции нужно сравнивать показатели в реальных величинах.

1. Индекс Тэйла U

Индекс Тэйла

$$U = \frac{\sqrt{\sum_t (X_t - Y_t)^2}}{\sqrt{X_t^2 + Y_t^2}}. \quad (1)$$

измеряет несовпадение временных рядов X_t и Y_t и чем ближе он к нулю, тем ближе сравниваемые ряды. Поскольку параметров много, вначале следует провести естественное распараллеливание процессов, описываемых моделью: разбить модель на отдельные блоки, идентификацию параметров в которых можно производить независимо.

Это дает возможность за разумное время определить независимые параметры.

После декомпозиции модели на блоки, благодаря параллельным вычислениям на кластерной системе становится реальной возможность полного перебора параметров модели на заданных интервалах их изменения с последовательно уменьшающимся интервалом изменения параметров.

Для однозначности выбора оптимального варианта можно использовать ту или иную свертку коэффициентов корреляции и индексов Тэйла, например, если близость расчетных и статистических данных для всех макропоказателей имеет примерно равную важность, можно максимизировать отношение среднегеометрической корреляции к среднегеометрическому коэффициенту Тэйла.

В формальной записи

$$K(\vec{a}) \rightarrow \max_{\vec{a} \in D}, \quad (2)$$

где

$$D = \{ \vec{a} \in R^N : a_i^- \leq a_i \leq a_i^+, 1 \leq i \leq N \}, \quad (3)$$

$$K = \sqrt[2m]{ \prod_{j=1}^m \frac{P_j(\vec{a})}{U_j(\vec{a})} }, \quad (4)$$

Здесь

m – число макропоказателей,

i - номер макропоказателя, $j = 1, \dots, m$,

$2m$ - общее число критериев (корреляции и Тейла).

При этом следует перебирать только те варианты значений параметров, при которых коэффициенты корреляции выше некоторой наперед заданной положительной величины, например, $P_j > 0.75 (j = 1, \dots, m)$, а индексы Тейла - ниже, например, $U_j < 0.15 (j = 1, \dots, m)$.

Пример. Задача идентификации параметров производственного блока модели экономики России, разрабатываемой в ВЦ РАН для оценки динамики теневого оборота в 1995-2003 гг.

В модели экономики России периода 1995-2003 гг. в качестве производственной функции, описывающей в каждый момент времени t

зависимость валового внутреннего продукта Y от количеств используемых производственных факторов: труда R и капитала C , - была взята однородная степени γ CES – функция.

$$Y(t) = C^\gamma(t)f(x), f(x) = \delta[\alpha + (1 - \alpha)x^\beta]^{\gamma/\beta}, x = R(t)/C(t), \quad (5)$$

в которой параметры удовлетворяют неравенствам

$$0 < \alpha < 1, \beta > 0, \gamma > 1, \delta > 0. \quad (6)$$

Суммарные производственные фонды (капитал) в постоянных ценах в соответствии со статистическими данными практически не меняются, а занятость даже слегка уменьшается. Чтобы описать рост ВВП с помощью выбранного типа производственной функции сделаем дополнительные предположения об органическом строении капитала. Будем считать, что капитал $C(t)$ состоит из двух частей: «старого капитала» A , который только убывает с течением времени

$$dA/dt = -\mu_A A(t), \quad (7)$$

и «нового капитала» B , который растет за счет введения в строй новых производственных фондов $J(t)$ и также может убывать

$$dB/dt = J(t) - \mu_B B(t), \quad (8)$$

так что

$$C(t) = A(t) + B(t). \quad (9)$$

Параметры амортизации $\mu_A > 0$, $\mu_B > 0$ наряду с параметрами производственной функции предстоит определить косвенным образом.

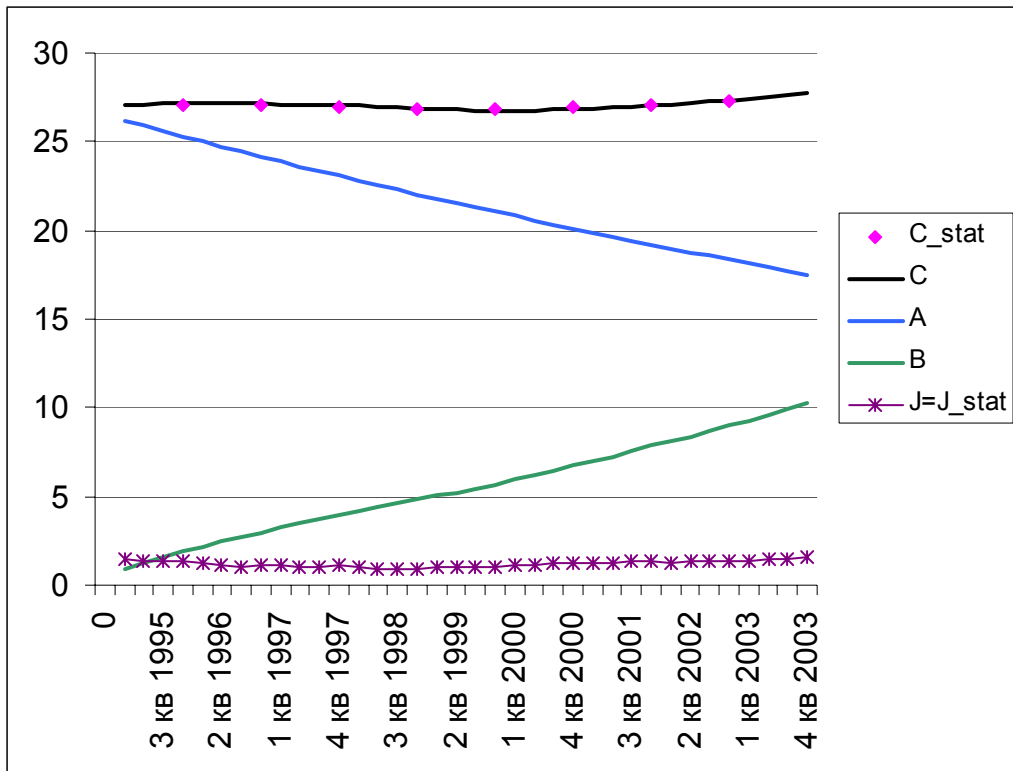


Рис.1 Капитал $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, инвестиции $I(t)$.

Статистические данные по ВВП испытывают заметные сезонные колебания от квартала к кварталу. Однако ни капитал, ни реальная зарплата таких колебаний не испытывают. Что касается труда, то если его выражать, как это обычно принято, в миллионах человек занятых, то он также не испытывает сезонных колебаний.

Однако если труд выразить в количестве отработанного в каждом квартале времени (в миллиардах человеко-часов), то он испытывает колебания, четко повторяющие колебания ВВП.

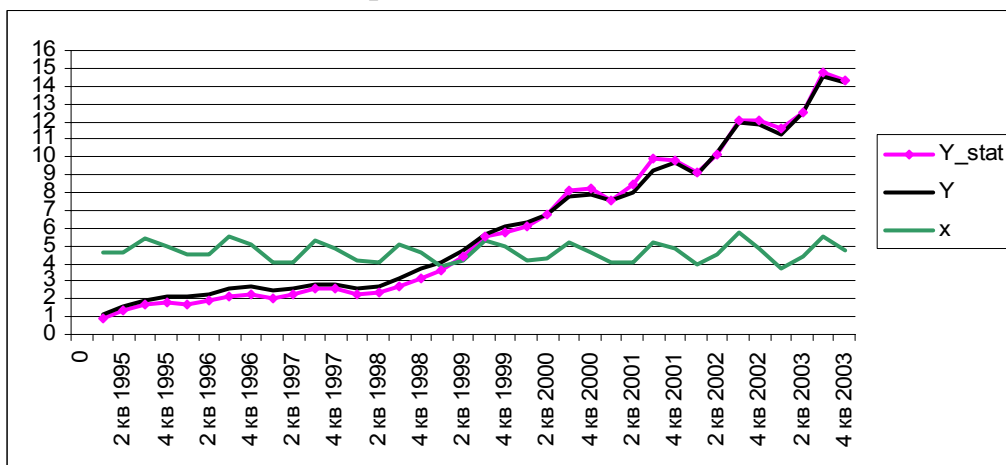


Рис.2 ВВП ($Y(t)$), труд ($x(t) = R^L(t) / M(t)$).

В блоке «Производство» механизмы регулирования производства описывались моделью поведения экономического агента, которого логично назвать производителем.

Агент получает доходы от производства и торговли, делает инвестиции и нанимает трудящихся, может брать срочные кредиты у коммерческих банков, выплачивает дивиденды собственникам производственных фирм в соответствии с заданной им политикой накопления капитала.

Объем банковских ссуд L ограничивался основным капиталом в соответствии с его органическим строением:

$$L(t) = (\alpha_A A + \alpha_B B)p(t), \quad (10)$$

где индекс цен на основные фонды $p(t)$ считался заданным в данном блоке, а параметры $\alpha_A > 0$, $\alpha_B > 0$ определялись.

Изменение банковских ссуд и расчетного счета определялись из баланса доходов и расходов.

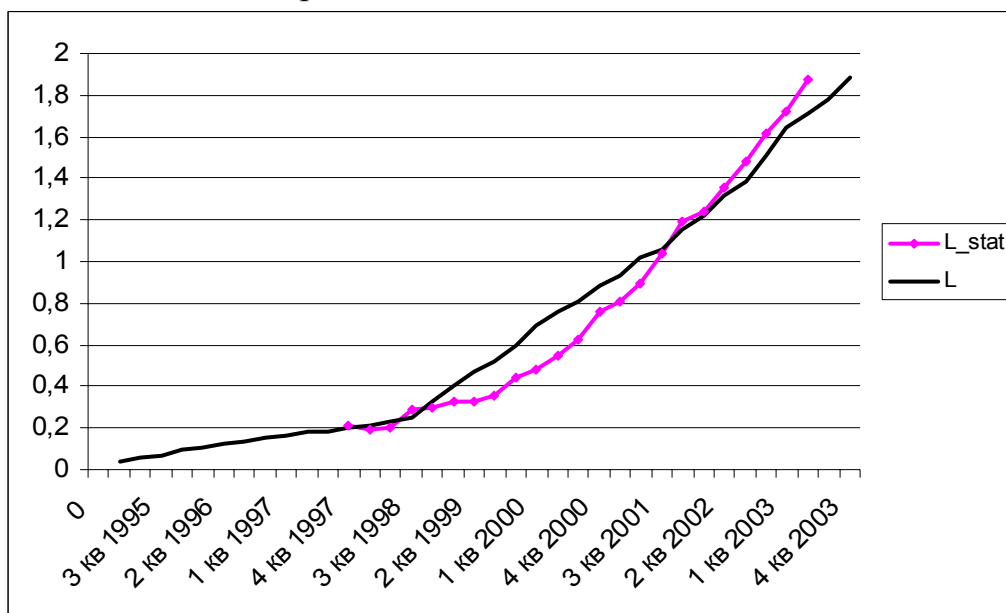


Рис.3 Объем банковских ссуд $L(t)$.

Для простоты налоговые отчисления в консолидированный бюджет задавались двумя видами налогов: налогом на добавленную стоимость n (НДС), включающим налог на прибыль, и единым социальным налогом m (ЕСН), включающим подоходный налог.

Поведение производителя описывалось решением задачи оптимального управления на максимум капитализации производителя. Это совпадает с максимизацией дисконтированных доходов, причем коэффициент дисконтирования совпадает с соответствующей двойственной оценкой

роста активов, возникающей в рассматриваемой задаче оптимального управления.

Решение задачи оптимального управления определяет загрузку производственных фондов трудом, коэффициент дисконтирования, ставку заработной платы, ВВП, дивиденды, объем банковских ссуд, остаток расчетного счета.

Вычисления основаны на распараллеливании циклов, осуществляющих полный перебор значений искомых параметров в заданных интервалах их изменения с последовательно уменьшающимся шагом равномерной разбивки интервалов.

В первой серии параллельных вычислений был осуществлен перебор указанных выше 8 параметров модели (α , β , γ , δ , μ_A , μ_B , α_A , α_B) и, кроме того, начального значения нового капитала $V(0)$.

Оптимальные значения параметров определялись косвенным образом, сравнивая по введенной свертке критериев Тэйла и коэффициентов корреляции, рассчитанные по модели временные ряды и статистические временные ряды для следующих показателей: выпуска Y , капитала S и объема банковских ссуд L при заданном труде R , заданном индексе цен p , заданных капиталовложениях J .

Параметры производственного блока: $\delta = 130$ тыс. руб 2000 г., $\alpha = 0.91$, $\beta = 0.68$, $\gamma = 5.68$, $\mu_A = 0.0675$, $\mu_B = 0.0273$, $\alpha_A = 0.0005$, $\alpha_B = 0.188$. Амортизация нового капитала оказалась ниже амортизации старого, а норма обеспечения банковских ссуд новым капиталом значительно выше соответствующей нормы обеспечения старым капиталом.

При этом ставка заработной платы получилась примерно в три раза выше статистической, что на первый взгляд не противоречит реальностям нашей жизни. Однако в этом варианте идентификации дивиденды оказываются меньше нуля.

В следующей серии вычислений наряду с указанными выше показателями подгонялось к статистическим значениям и значения для ставки заработной платы s . Такой подход можно оправдать предположением, что статистические органы уже учли теневой доход в заработной плате. В результате, как и следовало ожидать, дивиденды оказались положительными.

Параметры производственного блока: $\delta = 16$ тыс. руб 2000 г., $\alpha = 0.93$, $\beta = 0.08$, $\gamma = 4.9$, $\mu_A = 0.064$, $\mu_B = 0.009$, $\alpha_A = 0.001$, $\alpha_B = 0.11$. Полученные данные подтверждают необходимость совокупного согласованного изменения параметров при изменении исходных предположений.

Однако сезонные колебания расчетных значений выпуска стали намного меньше статистических. Это означает, что используемый труд должен колебаться значительно больше, чем показывает статика.

Это можно учесть, если увеличить амплитуду колебаний выпуска предполагая, что фактический труд R (измеряемый в млрд. человеко-часов) имеет большую амплитуду колебаний, чем статистический труд R_s :

$$R = k (R_s - R_0). \quad (11)$$

Возможная интерпретация (11):

- R_0 - “балласт”, труд, учитываемый в статистике, но не приносящий добавленной стоимости (оплачиваемый по статистической зарплате), $R_0 < R_s$.
- $k > 1$ – коэффициент фактической занятости оставшихся. Другими словами, те занятые, что приносят добавленную стоимость, работают не 8 часов в день, а в k раз больше.

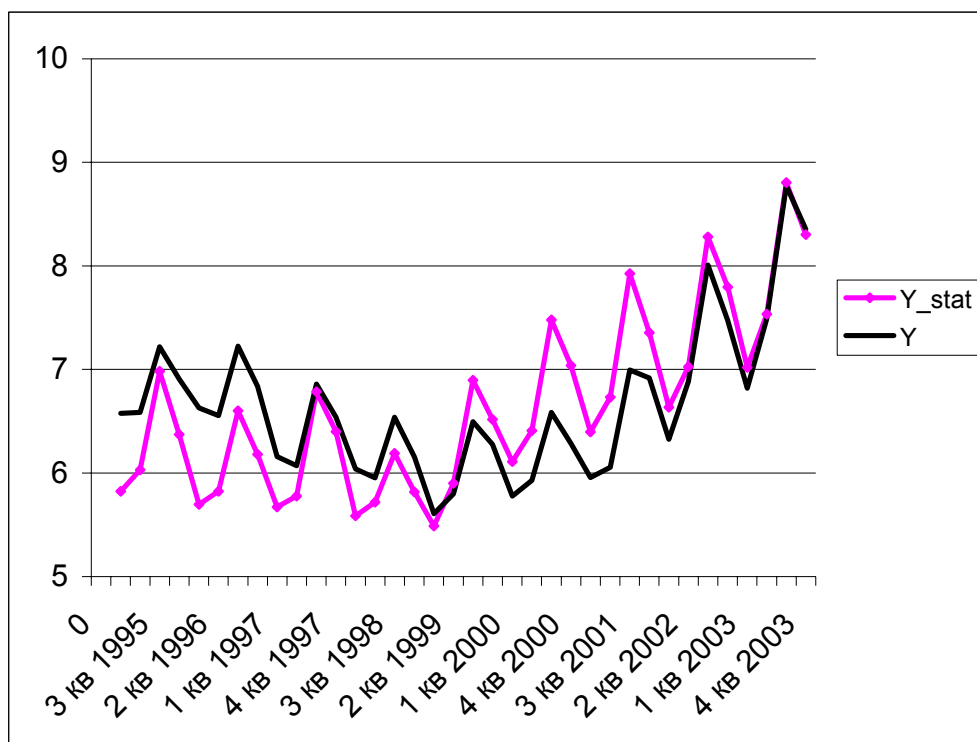


Рис.4 ВВП России в постоянных ценах: расчетный (Y) и статистический (Y_{stat}).

2. Взаимодействие ВЦ РАН и ВятГУ

Описанный подход полного перебора дает возможность найти решение, однако время расчета сравнительно велико: например, в 12-мерной задаче (12 параметров), при разбиении интервала изменения каждого параметра на 8 точек один просчет требует 11 дней счета на 8 процессорах и около 4 часов счета на 512 процессорах.

I этап: Оптимизация вычислений

Сокращение времени счета может быть достигнуто за счет использования алгоритмов расчета максимума функционала с направленным перебором, а также разработанных в ННГУ параллельных методов вычисления для поиска глобально оптимальных решений.

При таком подходе часть точек испытания задается априори, но все остальные точки последовательно определяются некоторым решающим правилом. Это позволяет использовать неравномерную сетку с меньшим числом узлов, чем в равномерной сетке.

Использование данной схемы для многопроцессорных систем состоит в том, что каждый процессор независимо от других реализует свое решающее правило для выбора точек испытания. При этом процессоры обмениваются информацией для формирования единого информационного массива испытанных точек и полученных результатов.

II этап: Освоение технологии ГРИД

Во многих развитых странах развивают технологию ГРИД. Более десяти проектов получили поддержку в США и примерно столько же в ЕС, по 2-3 всемирно известных проекта развивают в Австралии и Японии. В России пока нет ни одного известного в мире проекта, если не считать несколько попыток использования технологии ГРИД для решения задач физики. Стоит окунуться в эту технологию и узнать, что она может дать для научных исследований, в частности, для идентификации параметров в сложных математических моделях экономических систем.

Ян Фостер, гуру ГРИДа, утверждает, что ГРИД – это система, которая

1. координирует ресурсы, не являющиеся субъектами централизованного контроля
2. использует стандартные, открытые протоколы и интерфейсы общих целей
3. размещает услуги нетривиального качества

Начать можно с параллельного расчета отдельных блоков модели на отдельных кластерах (ВЦ РАН и ВятГУ). При этом осуществить передачу полученных временных рядов из одного блока в другой, чтобы использовать полученные данные в качестве входных.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Предисловие редактора	3
2. Программа летней школы ЭКОМОД – 2006	6
3. Концепция использования имитационной модели экономики региона для исследования его инновационного потенциала. <i>Оленев Н.Н., Шатров А.В.</i>	10
4. Имитационная модель и сценарии развития экономики Кировской области. <i>Осипова О.Н., Шатров А.В.</i>	25
5. Применение вейвлет преобразования для анализа экономических временных рядов. <i>Е.В. Бурнаев</i>	95
6. Параллельные вычисления для идентификации параметров в моделях экономики. <i>Оленев Н.Н.</i>	173