

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ И СЦЕНАРИИ РАЗВИТИЯ ЭКОНОМИКИ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ

О.Н Осипова, А.В.Шатров

1 ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ.

В данной работе с позиций системной динамики [1-3, 9] на основе методологии, разработанной в Вычислительном центре им. А.А. Дородницына РАН [4-6] построена имитационная модель развивающейся региональной экономики. Предложены варианты нескольких сценариев развития экономики Кировской области. Расчет вариантов производился на данных официальной статистики [10-13].

1.1 Принятые принципы модельного описания экономики

Модель описывает экономику в разрезе одного продукта (ВРП). Основной принцип описания - развитие экономики рассматривается как результат взаимодействия 7 типов экономических агентов:

1. Производители (нефинансовые коммерческие организации),
2. Банки (финансовые коммерческие организации),
3. Домашние хозяйства (физические лица как потребители и трудящиеся),
4. Собственники (физические и юридические лица, как управляющие движением капитала между секторами и за пределы области),
5. Область (некоммерческие организации),
6. Центральный банк,
7. Внешняя торговля.

Агенты 6,7 в данной модели были введены для технического замыкания системы балансов.

Каждый агент действует в рамках отведенных ему в системе функций в своих собственных интересах, ориентируясь на текущие и ожидаемые в будущем значения параметров экономической конъюнктуры (цен, процентов курсов и т.п., а также параметров государственной экономической политики). Условия согласования действий агентов в рамках системы материальных и финансовых балансов, а также условия согласования их ожиданий определяют изменение параметров конъюнктуры (модель равновесия рациональных ожиданий). Это наиболее сложный из известных в настоящее время тип динамических моделей экономики. Использование столь сложного и трудоемкого подхода оправдывается тем, что в моделях равновесия рациональных ожиданий агенты «очень умные». Если описанная в модели система институтов имеет какие-то лазейки для уклонения от налогов, модельные агенты используют их автоматически.

Описание поведения совокупности агентов каждого типа (кроме области) формализуется как решение задачи оптимального управления

материальными и финансовыми потоками. Формулировка этой задачи отражает специфику функций агента. Условия согласования поведения агентов формализуются как балансовые равенства и соотношения передачи информации. Для каждого рассматриваемого в модели материального актива или финансового инструмента балансовыми соотношениями описан весь круг его оборота.

Поведение области описывается сценариями областной экономической политики, выраженных через значения входных переменных и параметров модели. В данной модели в качестве входных переменных также используются численность занятых и внешнеторговый оборот.

Кроме описания поведения агентов, модель также описывает взаимодействия агентов.

1.1.1 Принцип и результаты описания теневого оборота

Спецификой данной модели является учет теневого оборота. Для этого деятельность производителей описывается в двух масштабах: краткосрочном и долгосрочном.

В краткосрочном плане производитель действует при заданной занятости и основных производственных фондах и манипулирует выпуском и финансами. Производитель может скрывать часть выпуска, чтобы уменьшить выплаты налога на добавленную стоимость и скрывать часть фактической зарплаты занятых, чтобы уменьшить платежи единого социального налога. При этом производитель рискует подпасть под санкции.

В долгосрочном плане производитель, получая легальный и нелегальный доход, делит их между резервом, необходимым для краткосрочных операций, инвестициями, налогами на прибыль и доходы и доходами собственника, в интересах которого он, в конечном счете, и действует. Учитывается, что производитель может прибегать к банковским кредитам, и что нелегальные доходы, попавшие в руки собственников и домашних хозяйств, легализуются.

1.1.2 Общая характеристика модели и технология работы с ней

Строгое и полное описание кратко очерченной выше модели состоит из 92 нелинейных, разнородных равенств, неравенств и условий дополнительной нежесткости, связывающих 73 переменных и содержащих 34 постоянных параметра. Значительная и наиболее сложная часть из этих соотношений не писалась «вручную», а выводилась из условий оптимальности действий агентов. Для разработки исследования и использования столь сложных моделей готовых инструментов не существует.

В данном случае эффективная и надежная работа с моделью обеспечивается, во-первых, тем, что модель разрабатывается в среде системы аналитических преобразований Maple, и, во-вторых, тем, что на

всех этапах разработка модели поддерживается оригинальной системой ЭКОМОД_М [4-6], реализованной в той же среде Maple.

Система ЭКОМОД_М позволяет собирать модель из сравнительно небольших блоков, описывающих поведение отдельных агентов, причем при сборке производится автоматический контроль балансов и правильности размерности соотношений. ЭКОМОД_М также позволяет автоматически упрощать системы уравнений и помнить происхождение конечных соотношений.

В результате некоторых упрощений и исключения промежуточных величин, исходная система приводится к системе из 17 конечных и дифференциальных уравнений, связывающих 20 функций времени t на отрезке от исходного момента t_0 до конца периода прогнозирования T . Три из функций:

- $R_s(t)$ - численность занятого в экономике области населения,
- $N_s(t)$ - сумма пособий населению из бюджета и фонда заработной платы бюджетных служащих в реальном выражении,
- $V_s(t)$ - сумма чистого экспорта и областного потребления

служат входными величинами и должны быть заданы перед расчетом на весь интервал прогнозирования, а остальные 17 должны быть определены из системы уравнений модели. Выходные переменные выражаются через 17 неизвестных функций в явном виде.

Неизвестные делятся на две группы: в первую входят измеримые величины, такие как дефлятор ВРП, объем ВРП и др., для которых можно задать начальные условия. Во вторую группу входят переменные, которые возникают в процессе решения оптимизационных задач агентов (двойственные переменные). Содержательно они представляют важные для агентов комбинации ожидаемых значений показателей конъюнктуры. Для этих величин начальные значения неизвестны. Их нужно найти из условия ограниченности решения. Поэтому систему нельзя решать как обычно шаг за шагом от начального условия – агенты в модели «заглядывают в будущее».

Поиск ограниченных решений системы уравнений модели – это нестандартная и нетривиальная вычислительная задача. Для ее решения был найден и реализован специальный алгоритм, включающий процедуры линеаризации, регуляризации и оптимизации [7-9].

Расчет модели ведется с шагом 1 квартал. Решение на современном персональном компьютере занимает от 30 до 50 минут.

1.1.3 Общие принципы описания поведения агента в модели

Каждый из макроагентов модели рассматривается как единое лицо, принимающее решения относительно своих планируемых переменных на основе достоверной информации относительно текущих и будущих значений информационных переменных. Иными словами, модель основывается на двух следующих феноменологических принципах [4].

1. Принцип рациональности поведения макроагентов.

Описание поведения множества однотипных субъектов экономики как одного лица, принимающего решения по существу общепринято и основывается на неожиданном, но подтверждаемом всей практикой экономических исследований факте: коллектив однотипных субъектов ведет себя в целом более рационально и последовательно, чем каждый отдельный субъект.

Строгого теоретического обоснования этого факта нет: видимо, он представляет собой результат конкуренции, кооперации и специализации субъектов. Наиболее наглядным подтверждением этого факта служит само существование науки экономики. Ведь люди не атомы - чтобы описать их поведение, казалось бы, можно просто спросить у них, почему они делают то, а не это. Однако, как отмечали все классики экономики, из ответов на такие вопросы не получается экономической теории. Люди ссылаются на конкретные обстоятельства и не видят общих закономерностей, которые проявляются только в коллективном поведении.

Так или иначе, принимается принцип рациональности поведения макроагентов, как феноменологический принцип, оправданием которого служит не его правдоподобие, а качество получаемых на его основе моделей.

2. Принцип рациональных ожиданий.

Второй принцип построения модели - это принцип рациональных ожиданий, который утверждает, что макроагенты обладают надежным прогнозом изменения информационных переменных, также давно известен в теории, но менее употребителен в практике моделирования экономики. Последовательное применение этого принципа отличает данную модель от подавляющего большинства используемых в мире на практике математических моделей экономики. Здесь добавим только одно замечание. При конструировании любой динамической модели экономики возникает вопрос о том, как отразить тот факт, что решения, которое человек принимает сегодня, зависит от того, на что он рассчитывает завтра. Размышление над этим вопросом приводит к некоему парадоксу: строится модель, чтобы помочь людям дать прогноз экономической конъюнктуры, а модель требует описать, как люди делают прогнозы! Принцип рациональных ожиданий снимает этот парадокс следующим образом: предполагается, что агенты будут использовать для прогнозирования ту самую модель, которая строится. Тем самым получаем, по крайней мере, внутренне непротиворечивое описание прогнозов агентов.

Принцип рациональных ожиданий тоже рассматривается как чисто феноменологический, не настаивая на том, что "так и есть на самом деле", а изучая результаты, которые дает модель, построенная на этом принципе.

Построенная на этих принципах модель имеет два основных достоинства: она содержит сравнительно немного переменных и параметров (в конечном счете, около двух десятков тех и других) и легко

переделывается, если возникает необходимость учесть какой-то дополнительный механизм.

Однако ценой указанных достоинств модели оказываются, во-первых, довольно сложный путь чисто математических рассуждений и выкладок от исходных гипотез к окончательным уравнениям, во-вторых, сложный и трудоемкий алгоритм расчета модели и, наконец, "исследовательский риск": Если модель работает неправильно, ее существенно не улучшишь простым изменением значений параметров или заменой отдельных уравнений, поскольку соотношения модели сильно связаны между собой, а параметров мало, и большинство из них соответствует принятым в законе нормативам. Для улучшения модели надо искать содержательные дефекты описания и пересматривать исходные посылки.

Следует, впрочем, отметить, что, благодаря использованию системы Maple аналитические преобразования для модифицированной модели воспроизводятся почти автоматически, а система ЭКОМОД исключает типичные ошибки содержательного плана (нарушение материальных и финансовых балансов, пропуск размерных множителей и др.).

Для сравнения, реалистичная модель, основанная на противоположном представлении, что агенты поступают по шаблонам, не заглядывая в будущее, содержала бы в десятки и сотни раз больше переменных и параметров. Такую имитационную модель было бы легко объяснять на блок-схемах и считать, но крайне трудно модифицировать и проверять. И еще трудней было бы ответить на вопрос, почему сделано так, а не иначе.

1.1.4 Модель принятия решений и ее реализация

Итак, мы описываем агента как единое лицо, принимающее решения. Для того чтобы описать его действия, необходимо указать:

1. Что он может (набор и границы изменения величин, значения которых агент может выбирать).
2. Что он знает (существенные для агента показатели текущего и будущего состояния экономики).
3. Что он хочет (критерий оценки результатов выбора или, что то же самое, описание интересов агента).

В рамках модели первые два пункта мы описываем системой ограничений: равенств и неравенств, которые связывают планируемые переменные агента и информационные переменные. Решение агента состоит в том, чтобы выбрать наиболее выгодные с его точки зрения значения планируемых переменных, удовлетворяющие системе ограничений во все моменты времени. Степень выгодности выбора определяется значением целевого функционала задачи агента. Таким образом, поведение агента описывается в модели решением задачи оптимального управления планируемыми переменными в рамках системы ограничений.

Поскольку в ограничения входят информационные переменные, значения которых агент знает, но не может изменять, оптимальный выбор агента будет зависеть от величин информационных переменных и, тем самым, от состояния окружающего мира.

1.2 Экономический агент – Банк

Блок модели, описывающий в агрегированном виде деятельность коммерческих финансовых организаций.

Система ограничений выражает в модели все предположения об условиях деятельности и возможностях банка. В данном блоке система ограничений описывает пять функций банка:

- Выдача ссуд производителям,
- Прием депозитов населения,
- Проведение безналичных расчетов через расчетные счета производителей и корреспондентские счета в ЦБ,
- Уплата налогов,
- Выплата доходов собственникам,

Материальными затратами банков мы здесь пренебрегаем, ограничиваясь описанием чисто финансовых операций.

Мы также пренебрегаем участием банков в теневом обороте, считая, что этот оборот обслуживается наличными деньгами без кредитов.

1.2.1 Выдача ссуд

Предполагается, что банк предоставляет производителям (и только им) срочный кредит под сложный процент $r_l(t)$ на срок $\frac{1}{\beta_k}$

В модели не различаются кредиты по срокам и другим условиям, поэтому модельные величины процента и срока трудно сопоставить с какими-то наблюдаемыми величинами. Величина $r_l(t)$, в конечном счете, определится из расчетов, а величина β_k останется настроечным параметром.

Общий объем подлежащих возврату ссуд, который банк планирует иметь в момент времени t , обозначается через $L(t)$.

Эта величина возрастает за счет неотрицательного потока новых кредитов и убывает за счет потока погашений. Если кредит выдается на срок $\frac{1}{\beta_k}$, то поток погашений составит примерно $\beta_k L(t)$. Обозначая через $LdL(t)$ нетто-кредиты (разность новых кредитов и погашений), получаем дифференциальное уравнение изменения $L(t)$ и неравенство на $LdL(t)$, выражающее неотрицательность вновь выданных кредитов. Эти два соотношения вводятся в модель как балансовое уравнение и сопровождающее его институциональное ограничение.

$$\frac{d}{dt} L(t) = LdL(t) \quad (1)$$

$$-\beta_k L(t) \leq LdL(t) \quad (2)$$

Величина $L(t)$ должна быть неотрицательной. Это наиболее частый вид простого ограничения. В данном случае мы его не вводим, поскольку, как легко видеть, неравенство $0 \leq L(t)$ следует из (1) и (2) при условии, что начальный объем ссуд неотрицателен.

Чтобы выделить ссуды, как особый инструмент в общем финансовом балансе банка, необходимо, как это принято в бухгалтерском учете, сделать двойную проводку. $LdL(t)$ - это проводка по дебиту. Ей отвечает проводка по кредиту $KdL(t)$ - поток денег, переданных банком должнику в соответствии с договором о кредите. Эту двойную проводку можно еще интерпретировать так: должник передает банку расписки на сумму $LdL(t)$, а банк в обмен выдает деньги (расписки ЦБ) $KdL(t)$ на ту же сумму. Тот факт, что расписки должника при сделке кредитования обмениваются на деньги "один к одному" (а не покупаются, скажем, по биржевому курсу), представляет собой определенное правило, которое записывается как особое институциональное ограничение. К нему добавляем еще правило начисления сложного процента: процентные платежи по кредиту $rL(t)$ пропорциональны сумме задолженности. Эти два ограничения банка, выступающего в роли кредитора, мы и вводим здесь в модель.

$$KdL(t) = LdL(t) \quad (3)$$

$$rL(t) = r_l(t) L(t) \quad (4)$$

У банка-кредитора, естественно, есть контрагент-должник (в данном случае производитель), который выдает расписки и получает деньги. Эта связь балансов двух разных агентов описывается в специальном блоке взаимодействия. В данном случае это – «рынок кредитов», который имеет краткое название (индекс) l . Заметьте, что тот же индекс обязана иметь входящая в соотношения роли информационная переменная $r_l(t)$.

В бухгалтерском учете проводке по дебиту $rL(t)$ отвечает проводка по кредиту в пассивном счете капитала. Мы не описываем явно счета капитала (долга банка его хозяевам), поскольку ниже выведем единым для всех агентов способом выражение "истинного собственного капитала" с учетом переоценок активов и косвенных доходов.

Соотношение (4) выражает предположение гораздо более важное с содержательной точки зрения, чем остальные введенные выше институциональные ограничения. Оно означает, что банк не является монополистом на рынке кредитов и ориентируется на сложившийся на этом рынке процент $r_l(t)$. В тоже время он считает возможным разместить под этот процент столько ссуд, сколько захочет.

Фактически, если желающих на эти ссуды не найдется, процент на рынке упадет, а если ссуды не всем желающим достанутся - процент возрастет. Таким образом, в данном блоке "банк" величина $L(t)$ определяется не как фактический размер ссуд, а как предложение ссуд банком в зависимости от процента $r_l(t)$ (и других параметров конъюнктуры). Условие равенства этого предложения спросу определит в блоке «рынок кредитов» величину процента $r_l(t)$ и фактический размер ссуд.

1.2.2 Привлечение депозитов

Эта операция симметрична выдаче ссуд, поэтому комментарии будут короткими и в основном касающимися отличий от выдачи ссуд. Считаем, что банк планирует привлечь депозиты в размере $S(t)$ на срок $\frac{1}{\beta_s}$ под складывающийся на рынке сложный процент $r_s(t)$. Обозначая через $SdS(t)$ чистый приток вкладов, получаем, как и выше, балансовое уравнение с ограничением:

$$\frac{d}{dt} S(t) = SdS(t) \quad (5)$$

$$-\beta_s S(t) \leq SdS(t) \quad (6)$$

Проводке по кредиту $SdS(t)$ отвечает проводка по дебиту $KdS(t)$ (или, иначе, расписки банка в сберкнижке $SdS(t)$ обмениваются на равную сумму денег клиента $KdS(t)$). Кроме этого, клиенту надо выплачивать процентные платежи $rS(t)$, пропорциональные сумме вклада:

$$KdS(t) = SdS(t) \quad (7)$$

$$rS(t) = r_s(t) S(t) \quad (8)$$

Согласование спроса банка на депозиты с предложением сбережений клиентами происходит (как указано в записи роли заемщика) на «рынке депозитов», имеющем индекс s .

Депозиты - это привлеченные средства банка, поэтому они должны резервироваться в ЦБ. Это требование мы учтем ниже в особом ограничении.

1.2.3 Проведение безналичных расчетов

Кроме депозитов населения, банк еще привлекает средства в виде остатков расчетных счетов производителей $N(t)$. В отличие от депозитов, эти сбережения - бессрочные и беспроцентные: клиенты делают их отчасти ради удобства расчетов, отчасти по требованию закона. Поскольку для

этих сбережений нет регулирующей переменной типа процента, банк, планируя свои операции, должен полагаться на прогноз размера средств, которые клиенты готовы оставить на счетах $NJ_n(t)$. Все, что банк может в этих условиях сделать - это отказаться держать остатки в размере $NJ_n(t)$. Поэтому для планируемых банком остатков расчетных счетов $N(t)$ получаем соотношения:

$$\frac{d}{dt} N(t) = NdN(t) \quad (9)$$

$$N(t) \leq NJ_n(t) \quad (10)$$

Надо, казалось бы, добавить еще ограничение $0 \leq N(t)$, но ясно, что держать остатки расчетных счетов банку выгодно, поэтому на оптимальном решении всегда будет выполнено равенство $N(t) = NJ_n(t)$, и ограничение $0 \leq N(t)$ мы не записываем, чтобы не усложнять задачу оптимального управления.

Формально $NJ_n(t)$ - информационная переменная, определяющаяся в блоке взаимодействия «ведение расчетных счетов», имеющем индекс n .

Приращение расчетного счета одного из клиентов отдельного банка - это проводка по кредиту. В дебите ей отвечает либо инкассация наличных денег, либо безналичный перевод от другого агента. При агрегировании в модели всех держателей расчетных счетов в одного макроагента "Производитель" и всех банков в одного макроагента "Банк" их финансовые балансы складываются. При этом расчеты отдельных производителей и банков между собой взаимно уничтожаются. В результате в совокупном балансе банка против величины изменения суммарного остатка расчетных счетов $NdN(t)$ остается величина сальдо операций инкассации, обналичивания и безналичных переводов от производителей другим. Это сальдо мы обозначаем через $KdN(t)$.

$$KdN(t) = NdN(t) \quad (11)$$

1.2.4 Выплата налогов, доходов собственнику и динамика резервов банка

Выше мы уже несколько раз упоминали "деньги", которыми пользуются агенты. Пришло время уточнить, что мы понимаем под деньгами в модели.

В соответствии со сложившейся в России практикой, мы предполагаем, что банки для расчетов пользуются сверхнормативными резервами (остатками корреспондентских счетов в ЦБ), население - наличностью, а производители остатками расчетных счетов для легальных расчетов, и наличностью - для теневых.

Предполагается также, что операции инкассации и обналичивания производятся мгновенно и бесплатно. Поэтому фактически в модели деньгами, т.е. наиболее ликвидным платежным средством, оказывается агрегат, называемый денежной базой. Он определяется как сумма наличных денег и банковских резервов в ЦБ.

Платежным средством банка в модели служат остатки корреспондентских счетов в ЦБ, т.е. сверхнормативные резервы. Сумму резервов обозначаем через $K(t)$. Именно из этой суммы делаются платежи и начисляются поступления, описываемые введенными выше величинами $KdN(t)$, $KdS(t)$, $rS(t)$, $KdL(t)$, $rL(t)$. Кроме этого, из той же суммы вычитаются налоговые платежи банков $Tax(t)$ и доходы (дивиденды) собственников банка $Z(t)$.

Банк обязан выполнять резервные требования: резервы $K(t)$ должны превосходить определенную, установленную нормативно, долю ζ_s привлеченных средств (фонд обязательного резервирования). В рамках модели рассматриваются два вида привлеченных средств банка: депозиты $S(t)$ и остатки расчетных счетов $N(t)$. Нормативные резервные требования на обе величины можно считать одинаковыми, но ведение расчетных счетов связано с безналичными переводами. Чтобы перевести некоторую сумму денег по требованию клиента, банк должен иметь эту сумму в резерве сверх норматива. Чтобы учесть это обстоятельство, введем эффективную норму резервирования расчетных счетов ζ_n большую, чем ζ_s , на величину, которая служит настроечным параметром модели. Описание расчетов банка и резервные требования вводим в модель:

$$\frac{d}{dt} K(t) = KdS(t) - rS(t) - KdL(t) + rL(t) + KdN(t) - Z(t) - Tax(t) \quad (12)$$

$$\zeta_n N(t) + \zeta_s S(t) \leq K(t) \quad (13)$$

$$\{\zeta_n < 1\} \quad (14)$$

$$\{\zeta_s < 1\} \quad (15)$$

$$\{\zeta_s < \zeta_n\} \quad (16)$$

Поскольку мы пренебрегаем материальными затратами банка, прибыль и добавленная стоимость банка совпадают и равны разности полученных и уплаченных процентов $rL(t) - rS(t)$, а социальный налог отсутствует.

Поскольку мы предполагаем деятельность банка полностью легальной, выплаченные им дивиденды $Z(t)$ подпадают под обложение подоходным налогом. Чтобы несколько упростить запись всей модели, будем считать, что подоходный налог уплачивается банком одновременно с выплатой дивидендов (как социальный налог на зарплату).

Итак, налоговые платежи банка $Tax(t)$ складываются из выплат налога на добавленную стоимость $Tva(t)$, налога на прибыль $Tpr(t)$ и подоходного налога $Tin(t)$. Для единообразия добавляем к ним нулевой социальный налог $Tes(t)$.

$$Tva(t) = nv (rL(t) - rS(t)) \quad (17)$$

$$Tpr(t) = np (rL(t) - rS(t)) \quad (18)$$

$$Tin(t) = nd Z(t) \quad (19)$$

$$Tes(t) = 0 \quad (20)$$

$$Tax(t) = Tva(t) + Tpr(t) + Tin(t) + Tes(t) \quad (21)$$

В этих соотношениях параметры nv, np, nd задают ставки соответствующих налогов.

1.2.5 Целевой функционал банка

Поведение банка в модели описывается как набор значений планируемых переменных, удовлетворяющих системе ограничений и доставляющих максимум целевому функционалу.

Считаем, что банк действует в интересах своих хозяев, и поэтому стремится, грубо говоря, максимизировать выплату дивидендов.

Дивиденды $Z(t)$ образуют поток полезных расходов банка.

Как будет видно в дальнейшем, поток полезных расходов, который агент стремится сделать побольше, определяется в модели для каждого агента. Целевые функционалы агентов определяются более или менее единообразно через потоки их полезных расходов.

Особую роль играет также тот финансовый актив, из запаса которого выплачиваются полезные расходы. Мы условно называем этот актив основными деньгами агента. Для банков это - резервы $K(t)$.

Предполагаем, что относительную ценность дивидендов, полученных в разные моменты времени, определяют собственники банка. Именно: собственники задают программу темпа роста дивидендов, или, что то же самое, пропорцию поступления дивидендов во времени, которую мы обозначаем как $Ub_b(t)$. Эту величину банк узнает в процессе взаимодействия b «управление банковским капиталом», поэтому данная величина имеет индекс b . В конечном же счете эту величину определяют собственники.

Если временная пропорция поступления дивидендов задана, то задача их максимизации сводится к задаче:

$$Z(t) = Ub_b(t) \theta, \quad \theta \rightarrow \max \quad (22)$$

по планируемым переменным агента и постоянной θ .

Это и есть тот критерий выгоды, который определяет поведение банка в рамках ограничений (1) – (21). Однако, в силу сложившейся и

может быть еще не совершенной процедуры разработки модели, мы формально записываем этот критерий в несколько более сложной форме.

Уже просто по соображениям размерности более естественно рассматривать вместо задачи $\theta \rightarrow \max$ задачу:

$$\theta K(t_0) \rightarrow \max, \quad (23)$$

где $K(t_0)$ - некий множитель, имеющий размерность запаса денег.

С технической точки зрения удобно, чтобы выражение целевого функционала формально было интегралом по времени по отрезку планирования $[t_0, T]$. Поэтому выражение $\theta K(t_0)$ мы переписываем в виде:

$$\theta K(t_0) = \int_{t_0}^T \frac{\theta K(t_0)}{T - t_0} dt. \quad (24)$$

Окончательно получаем выражение для интересов банка. Максимизировать величину (24) по планируемым переменным банка при условиях (1) - (21).

В результате решения задачи оптимального управления мы получаем систему соотношений, описывающую поведение банка. Она состоит из двух частей (см. Приложение 1).

Первая часть (VSP) - это 12 простых выражений для 12 планируемых переменных: $Z(t)$, $NdN(t)$, $Tax(t)$, $Tes(t)$, $Tin(t)$, $Tpr(t)$, $Tva(t)$, $KdN(t)$, $rS(t)$, $KdS(t)$, $rL(t)$, $KdL(t)$. Эти 12 переменных выражаются через информационные переменные и оставшиеся 6 планируемых переменных: $L(t)$, $SdS(t)$, $LdL(t)$, $S(t)$, $N(t)$, $K(t)$.

Последние, следуя терминологии теории оптимального управления, называем прямыми переменными. К этому списку надо добавить еще неизвестную постоянную θ .

Вторая часть описания агента (URA) - это система соотношений, определяющая прямые переменные. Кроме прямых переменных эта система содержит еще возникшие в процессе решения задачи оптимального управления вспомогательные двойственные переменные (несколько преобразованные) $\psi^3(t)$, $\psi^1(t)$, $\rho(t)$, а также некоторые дополнительные величины ($\Omega(t)$, $PP(t)$, $v(t)$, $f(t)$), возникшие в ходе решения задачи оптимального управления.

Система URA содержит соотношения четырех типов:

1) неравенство, которое должно выполняться во все моменты времени,

2) уравнения, которые должны выполняться во все моменты времени. Среди уравнений есть:

- конечные уравнения,

- дифференциальные уравнения,
- голономная связь, содержащая производные нескольких неизвестных. (После сборки модели все голономные связи будут сведены к дифференциальным уравнениям.)

3) терминальное условие $0 = \Omega(T) - \Omega(t\theta) e^{(\gamma(T-t\theta))}$, которое должно выполняться только в конце периода прогнозирования, т.е. при $t = T$. Терминальное условие выражает неизвестную θ через новый параметр γ , имеющий смысл ожидаемого агентом среднего темпа экономического роста. Однако в отличие от θ величину γ мы считаем одинаковой для всех агентов, и это позволяет, в конечном счете, определить ее из модели.

4) условия дополняющей нежесткости (УДН), например, $[1 - \psi_1(t)] [LdL(t) + \beta_k L(t)]$. Условием дополняющей нежесткости (УДН) или условием дополнительности называется следующая система соотношений на пару величин a, b : $0 \leq a, 0 \leq b, a b = 0$. Совокупность этих трех условий обозначается одним выражением $[a][b]$ без знаков равенства или неравенства. Каждое УДН описывает пару альтернативных режимов, возможных на оптимальной траектории. На первом режиме $a = 0$, а на втором - $b = 0$.

В описании поведения банка URA появилась величина $\Omega(t)$. Она была получена в процессе решения задачи оптимального управления. В задачах экономического происхождения эта величина интерпретируется как "истинное" выражение капитала агента. Фактически $\Omega(t)$ всегда выражает рыночную стоимость чистых активов и в этом смысле является "истинным" выражением капитала, которое бухгалтерия всегда стремится получить, но которая, к сожалению, точно считается только в моделях.

Процедура нахождения $\Omega(t)$ применима к любому агенту. Выражения капитала через планируемые переменные, конечно, получаются для разных агентов разными, но, как оказывается, величина $\Omega(t)$ во всех случаях будет удовлетворять дифференциальному уравнению одного и того же вида:

$$\frac{d}{dt} \Omega(t) = \rho(t) \Omega(t) + v(t) PP(t) + f(t) . \quad (25)$$

Здесь $PP(t)$ - это поток полезных расходов агента, а три коэффициента $\rho(t)$, $v(t)$ и $f(t)$ для разных агентов определяются по-разному, но всегда имеют один и тот же экономический смысл.

Эффективный налог $v(t) - 1$ показывает дополнительные издержки, связанные с осуществлением полезных расходов. Для банка:

$$v(t) = nd + 1 . \quad (26)$$

Так что эффективный налог равен просто подоходному налогу, который по нашему предположению выплачивается одновременно с легальными дивидендами.

Косвенные доходы $f(t)$, как мы несколько условно называем член уравнения для капитала, не связанный непосредственно с наличием у агента каких-либо активов, возникают у банка в связи с тем, что он пользуется бесплатным кредитным ресурсом - остатками расчетных счетов:

$$f(t) = -NJ_n(t) \rho(t) (\zeta_n - 1). \quad (27)$$

Доходность (капитала) $\rho(t)$ самый важный из коэффициентов уравнения для капитала. Он входит во многие соотношения системы URA. Его величина показывает, какой доход в единицу времени приносит банку единица его чистых активов.

Доходность $\rho(t)$, эффективным налог $v(t) - 1$ и косвенные доходы $f(t)$ используются в модели для описания взаимодействия банка и его собственников.

На последнем шаге работы с моделью банка мы делаем единственную операцию - приписываем всем планируемым, двойственным и дополнительным переменным банка, а также постоянной θ индекс \hat{A} , который служит кратким именем агента "Банк" в модели. Такой прием позволяет избежать очень опасной ошибки - контаминации обозначений в разных блоках при сборке модели. Кроме того, он позволяет в файлах, описывающих поведение агентов, где сосредоточены самые трудные выкладки, обойтись более простыми безындексными обозначениями.

1.3 Экономический агент – Производитель

Блок модели, описывающий в агрегированном виде деятельность коммерческих нефинансовых организаций.

Система ограничений выражает в модели все предположения об условиях деятельности и возможностях банка. В данном блоке система ограничений описывает шесть функций производителя:

- найм рабочей силы, как за легальную, так и за теневую заработную плату у агента Население,
- осуществление инвестиций для восстановления и расширения основных фондов (целиком легальных),
- производство и реализация продукции, как легальные, так и теневые,
- получение и возврат срочных банковских ссуд,
- Уплата налогов,
- выплата легальных и нелегальных доходов собственнику.

Объемы теневого оборота определяются в результате решения задачи производителя с учетом их риска и выгоды и, тем самым, зависят от состояния экономики и параметров регулирования (информационных переменных производителя).

Производство и реализация товаров и услуг в модели (реальный сектор экономики) описывается как выпуск однородного продукта - ВРП в реальном выражении, который в равной мере может быть использован для потребления (личного и общественного), накопления и чистого экспорта.

Считается, что выпуск ВРП требует только затрат однородного труда наличия однородных производственных фондов, которые создаются за счет накопления (реальных инвестиций).

Чтобы учесть риск теневого оборота, оставаясь в рамках детерминированной модели, мы предполагаем, что принятие решений агентом-производителем реализуется иерархически, в двух масштабах времени. Можно считать, что агент-производитель представлен в модели системой из агента - инвестора и подчиненных ему административно или как дочерние предприятия достаточно многих менеджеров проектов.

Инвестор принимает решения в долгом масштабе времени (масштабе прогнозирования по модели).

Инвестор создает условия для производства и реализации: создает основные фонды, нанимает занятых, договаривается о ссудах в банке и формирует ликвидные резервы для авансирования и покрытия возможных убытков множества однотипных проектов, в рамках которых осуществляется производство и реализация продукции. Инвестор определяет критерии успеха менеджеров.

Инвестор также передает легальные и нелегальные доходы собственникам, выплачивает налог на прибыль и налог на легальные доходы собственников. (Как и в описании банка, для простоты считаем, что подоходный налог выплачивается при выдаче дивидендов, а не после их передачи собственникам).

Менеджер принимает решения в коротком масштабе времени, реализует проект и, в частности, решает, какие части выпусков и затрат проводить легально, а какие - по теневым каналам. Менеджер выплачивает социальный налог и налог на прибыль, и, возможно, санкции за нарушение налогового законодательства.

При реализации проекта менеджер сталкивается с риском. В данной модели учитывается риск санкций за нарушение налогового законодательства.

Если проект заканчивается с прибылью, то вся она, как легальная, так и теневая передается инвестору. Если проект заканчивается с убытками - их покрывает инвестор из своих резервов.

Считая, что у инвестора проектов много, и они сравнительно короткие и не очень связанные друг с другом, получаем, что инвестор может рассчитывать на среднюю прибыль проекта, учет рисков сводится к требованию держать определенный уровень ликвидных резервов.

1.3.1 Описание производства

Результаты анализа статистических данных позволяют описать производственную деятельность производителя соотношениями:

$$Y(t) = A M(t) + B e^{(b(t-t_0))} R(t) \quad (28)$$

$$\frac{d}{dt} M(t) = J(t) - \kappa M(t) \quad (29)$$

$$\frac{d}{dt} FC(t) = pJ(t) - \beta_a FC(t) \quad (30)$$

В соотношениях рассматриваемой группы параметры $A = 1.87180744$, $B = 21.744967$, $b = .3166904e-2$, $\kappa = 1.5$ определяются по статистике независимо от экспериментов с моделью, а переменные имеют смысл:

- $Y(t)$ - ВРП,
- $M(t)$ - эффективные основные фонды,
- $R(t)$ - численность занятых,
- $J(t)$ - валовое накопление (валовые инвестиции в реальном выражении),
- $pJ(t)$ - валовые инвестиции в текущих ценах,
- $FC(t)$ - балансовая стоимость основных фондов.

Две последние величины относятся, собственно, не к реальному сектору, а к финансовым показателям. Величина $FC(t)$ вводится только для того, чтобы потом вычесть амортизацию из налоговой базы. Ввиду специфики описания основных фондов в модели норма амортизации β_a рассматривается как настроечный параметр.

1.3.2 Получение ссуд

Считаем, что производитель может брать срочные ссуды у банка (и только у него).

Процесс получения ссуд описывается вполне аналогично тому, как описывалось привлечение депозитов банком.

$$\frac{d}{dt} L(t) = LdL(t) \quad (31)$$

$$-\beta_k L(t) \leq LdL(t) \quad (32)$$

$$LdL(t) = KdL(t) \quad (33)$$

$$rL(t) = r_l(t) L(t) \quad (34)$$

Здесь $L(t)$ - объем ссуд, $LdL(t)$ - нетто-кредиты, $rL(t)$ - процентные платежи, $r_l(t)$ - норма процента, β_k - обратная величина срока, на который берутся ссуды.

Безындексные величины (планируемые переменные производителя) $L(t)$, $LdL(t)$, $rL(t)$ хотя и обозначены здесь так же, как и родственные им планируемые переменные банка, имеют другой смысл и в модели выступают как другие переменные. Переменные $L(t)$, $LdL(t)$, $rL(t)$ банка описывали предложение ссуд и после индексации получили в модели обозначения $L_B(t)$, $LdL_B(t)$, $rL_B(t)$. Величины $L(t)$, $LdL(t)$, $rL(t)$ производителя, введенные здесь, описывают спрос на те же ссуды и после индексации получают в модели обозначения $L_f(t)$, $LdL_f(t)$, $rL_f(t)$.

Что же касается неиндексированных (информационных) переменных, например, $r_l(t)$ и параметров, например, β_k , то они для всех агентов имеют одинаковый смысл и значение.

1.3.3 Легальные расчеты производителя

Предполагается, что для легальных расчетов производитель пользуется исключительно остатками расчетных счетов $N(t)$. Имея средства на расчетном счете, производитель может дать указание банку о переводе средств тому или иному контрагенту или об обналичивании определенной суммы. Пополняется расчетный счет вследствие инкассации и переводов от других агентов. Результирующее изменение остатка расчетного счета обозначаем через $NdN(t)$.

В рамках модели платежи описываются непрерывными потоками, но в реальности отдельные производители осуществляют платежи дискретными порциями, и, чтобы выплатить такую порцию, ее надо иметь в запасе (на расчетном счете). В результате в зависимости от типичного размера и частоты платежей появляется потребность в определенной величине среднего запаса денег для обеспечения заданной средней интенсивности платежа. При суммировании по отдельным производителям эта связь должна проявиться, как связь суммарного запаса и суммарных затрат, которые мы описываем в модели. Это соображение называется "количественной теорией денег", а сама связь между потоками и запасами называется ограничением ликвидности.

Мы учтем ограничение ликвидности, связанное с инвестиционными расходами $pJ(t)$ и легальной зарплатой $sRW(t)$, записывая его как дополнительное ограничение к балансу остатков расчетных счетов:

$$\frac{d}{dt} N(t) = NdN(t) \quad (35)$$

$$\tau_y pJ(t) + \tau_s sRW(t) \leq N(t) \quad (36)$$

Ограничение ликвидности выражено последним неравенством. Постоянные времени τ_y и τ_s задают характерные времена оборота денег в соответствующих сегментах системы денежного обращения. Мы рассматриваем их как настроечные параметры модели.

Возможно, в левую часть ограничения ликвидности стоило бы добавить аналогичные слагаемые, отвечающие налоговым платежам и выплате дивидендов, но не хотелось перегружать модель лишними параметрами. Подобные компромиссы между стремлением к точности и стремлением к простоте неизбежны на существующем уровне развития моделирования экономики. Неудачные упрощения такого рода исправляются методом проб и ошибок, так что очень важно иметь средства быстро и без ошибок модифицировать модель.

Для финансовой системы в целом остатки расчетных счетов являются сбережениями (расписками банка). Реальное движение денег (наличности и остатков корсчетов) $KdN(t)$ производится банком по распоряжению производителя:

$$NdN(t) = KdN(t) \quad (37)$$

Поток денег $KdN(t)$ - это сальдо поступлений от легальной выручки $pYW(t)$ и нетто-кредитов $KdL(t)$, а также расходов на легальную зарплату $sRW(t)$, процентные платежи $rL(t)$, налоговые платежи $Tax(t)$, инвестиционные расходы $pJ(t)$ и легальные дивиденды $ZW(t)$. Поскольку сам производитель остатков корсчетов не имеет, мы записываем указанное равенство как баланс с нулевым запасом:

$$0 = pYW(t) - sRW(t) - rL(t) + KdL(t) - ZW(t) - Tax(t) - pJ(t) - KdN(t) \quad (38)$$

Процентные платежи, нетто кредиты и инвестиционные расходы мы считаем в модели полностью легальными.

1.3.4 Теневые расчеты производителя

Предполагается, что теневой оборот осуществляется наличными деньгами. Запас наличности у производителя $Nal(t)$ (целиком нелегальный) увеличивается за счет теневой выручки $pYB(t)$ и уменьшается за счет выплаты теневой зарплаты $sRB(t)$ и теневых доходов собственников $ZB(t)$. Предполагается, что остаток наличности должен быть достаточным, чтобы обеспечить платежи зарплаты (ограничение ликвидности).

$$\frac{d}{dt} Nal(t) = pYB(t) - sRB(t) - ZB(t) \quad (39)$$

$$\tau_{bl} sRB(t) \leq Nal(t) \quad (40)$$

Здесь τ_{bl} - еще одна постоянная времени обращения денег.

1.3.5 Теневая составляющая продаж

Осталось определить связь материальных и финансовых потоков.

Мы предполагаем, что покупатель продукта не разбирается, получает ли он легальный или "левый" товар, поэтому цена покупателя $p_y(t)$ в теновом и легальном обороте одна и та же и определяется соотношением совокупного спроса и предложения. С точки зрения статистики, $p_y(t)$ - это индекс цен покупателей.

Поэтому при оплате фондообразующего продукта $J(t)$, когда производитель выступает в роли покупателя, связь потока платежей $pJ(t)$ и встречного потока товара $J(t)$ определяется просто ценой:

$$pJ(t) = p_y(t) J(t) \quad (41)$$

Рассматривая цену как информационную переменную производителя, мы тем самым предполагаем, что среди производителей и торговцев доминируют отношения конкуренции, а не сговора о ценах.

Когда производитель продает товар $Y(t)$, он получает выручку $p_y(t) Y(t)$ и может ее регистрировать, а может провести ее без учета. В последнем случае он выигрывает на налоговых платежах, но рискует подпасть под санкции за нарушение налогового законодательства. Как уже говорилось, компромисс между риском и выгодой ищется, как решение краткосрочной задачи максимизации средней прибыли при заданных фондах и занятости. Здесь мы используем результаты исследования статического варианта этой модели.

В общем виде результат решения статической краткосрочной задачи можно выразить в виде двух функций $\alpha_y(P(t))$ и $\alpha_r(P(t))$, задающих оптимальные с точки зрения производителя доли теневых составляющих выручки и зарплаты, соответственно. Обе функции зависят от одной и той же переменной - фактической нормы затрат производителя:

$$P(t) = \frac{s_r(t) R(t)}{Y(t) p_y(t) (1 - nv)} \quad (42)$$

где $s_r(t)$ - ставка заработной платы, а nv - ставка НДС. Довольно сложные явные выражения функций $\alpha_y(P(t))$ и $\alpha_r(P(t))$ будут использованы в модели только на этапе расчетов. Существенно только знать, что вид этих функций определяется значением четырех параметров: ставки НДС, ставки ЕСН и двух настроечных параметров, характеризующих риск и размер санкций за нарушение налогового законодательства.

Оптимальная доля теневой выручки $\alpha_y(P(t))$ определяет потоки теневой $pYB(t)$ и легальной выручки $pYW(t)$.

$$pYB(t) = p_y(t) \alpha_y \left(\frac{s_r(t) R(t)}{Y(t) p_y(t) (1 - nv)} \right) Y(t) \quad (43)$$

$$pYW(t) = p_y(t) \left(1 - \alpha_y \left(\frac{s_r(t) R(t)}{Y(t) p_y(t) (1 - nv)} \right) \right) Y(t) \quad (44)$$

1.3.6 Теневая составляющая зарплаты

На рынке труда ситуация симметрична той, которая была описана выше для рынка продукта. Продавцы труда - наемные работники - требуют фонд зарплаты $s_r(t) R(t)$, не разбирая "белый" он или "черный". Покупатель труда - производитель - выбирает оптимальные с его точки зрения размеры теневой $sRB(t)$ и легальной $sRW(t)$ зарплаты, в сумме составляющие $s_r(t) R(t)$.

$$sRB(t) = \alpha_r \left(\frac{s_r(t) R(t)}{Y(t) p_y(t) (1 - nv)} \right) Y(t) p_y(t) (1 - nv) \quad (45)$$

$$sRW(t) = s_r(t) \left(1 - \frac{\alpha_r \left(\frac{s_r(t) R(t)}{Y(t) p_y(t) (1 - nv)} \right) Y(t) p_y(t) (1 - nv)}{s_r(t) R(t)} \right) R(t) \quad (46)$$

1.3.7 Уплата налогов

Как и для банка, рассматриваем четыре налога: $Tva(t)$ - НДС, $Tpr(t)$ - НП, $Tin(t)$ - НД и $Tes(t)$ - ЕСН. Поскольку в модели мы оперируем чистой продукцией, основой налоговой базы НДС и НП служит легальная выручка $pYW(t)$ за вычетом оплаты финансовых услуг $rL(t)$ и амортизации $\beta_a FC(t)$, специально для этого подсчитанной в модели.

$$Tva(t) = nv (pYW(t) - rL(t) - \beta_a FC(t)) \quad (47)$$

$$Tpr(t) = np ((1 - nv) (pYW(t) - rL(t) - \beta_a FC(t)) - (1 + ns + nd) sRW(t)) \quad (48)$$

$$Tin(t) = nd (ZW(t) + sRW(t)) \quad (49)$$

$$Tes(t) = ns sRW(t) \quad (50)$$

$$Tax(t) = Tva(t) + Tpr(t) + Tes(t) + Tin(t) \quad (51)$$

1.3.8 Целевой функционал производителя

Целевой функционал в целом описывается точно так же, как функционал банка. Поток полезных расходов $Z(t)$ складывается из легальных и нелегальных дивидендов. Основными деньгами производителя служат остатки расчетных счетов $N(t)$. Собственник задает временную структуру $Ub_p(t)$ потока полезных расходов (суммарных дивидендов):

$$Z(t) = \theta U b_p(t) , \quad (52)$$

а производитель максимизирует их интенсивность θ , которую мы формально представляем в виде интеграла:

$$Functional := \int_{t_0}^T \frac{\theta K(t_0)}{T - t_0} dt \quad (53)$$

Окончательно получаем выражение для интересов производителя. Максимизировать величину (53) по планируемым переменным производителя при условиях (28) – (51).

В результате решения задачи оптимального управления мы получаем систему соотношений, описывающую поведение производителя. Она состоит из двух частей (см. Приложение 2).

Первая часть (VSP) - это 18 простых выражений для 18 планируемых переменных $R(t)$, $pJ(t)$, $KdN(t)$, $rL(t)$, $LdL(t)$, $NdN(t)$, $ZB(t)$, $ZW(t)$, $Tax(t)$, $Tin(t)$, $Tes(t)$, $Tpr(t)$, $Tva(t)$, $pYW(t)$, $pYB(t)$, $sRB(t)$, $sRW(t)$, $Z(t)$.

Эти 18 переменных выражаются через информационные переменные и оставшиеся 9 планируемых переменных $N(t)$, $KdL(t)$, $Nal(t)$, $M(t)$, $Y(t)$, $J(t)$, $L(t)$, $FC(t)$, $P(t)$. Последние, следуя терминологии теории оптимального управления, называем прямыми переменными. К этому списку надо добавить еще неизвестную постоянную θ .

Вторая часть описания производителя (URA) - это система, определяющая прямые переменные.

Кроме прямых переменных эта система содержит еще возникшие в процессе решения задачи оптимального управления вспомогательные двойственные переменные (несколько преобразованные) $\psi_2(t)$, $\psi_4(t)$, $\rho(t)$, определения сокращенных обозначений для групп параметров, а также определение величин капитала $\Omega(t)$, потока полезных расходов $PP(t)$, эффективного подоходного налога $v(t)$, косвенных доходов $f(t)$, которые формально нужны для описания взаимодействия производителя с его собственником.

На последнем шаге работы с блоком мы делаем единственную операцию - приписываем всем планируемым, двойственным и дополнительным переменным производителя, а также постоянной θ индекс J , который служит кратким именем агента "Производитель" в модели.

1.4 Экономический агент – Собственник

Блок модели, описывающий в агрегированном виде деятельность совокупности физических и юридических лиц, управляющих движением капитала между секторами и за пределы области.

Система ограничений выражает в модели все предположения об условиях деятельности и возможностях собственника.

В данном блоке система ограничений описывает три функции собственника:

- определение объема вложений в капитал банка, которые определяют темп выплаты дивидендов банком,
- определение объема вложений в капитал производителя, которые определяют темп выплаты дивидендов производителем,
- определение величины "чистых иностранных активов".

В модели мы характеризуем иностранные активы суммой валюты, купленной за счет доходов от капитала (включая невозвращенную экспортную выручку). Уплату подоходного налога собственниками здесь не рассматриваем, поскольку она уже была учтена при описании налоговых платежей банка и производителя.

1.4.1 Управление капиталом банка

В модели банк принадлежит собственнику. Капитал банка $\Omega_B(t)$ образуется за счет прибыли, не распределенной в виде дивидендов $PP_B(t)$ и налогов.

$$\frac{d}{dt} \Omega_B(t) = \rho_B(t) \Omega_B(t) - v_B(t) PP_B(t) + f_B(t) \quad (54)$$

Предполагается, что собственник не вдается в подробности управления конкретными операциями банка, а руководит им на чисто финансовом уровне, определяя размер капитала и дивидендов. При этом он опирается только на информацию о доходности $\rho_B(t)$, эффективном налоге $v_B(t) - 1$ и косвенных доходах $f_B(t)$.

Капитал измеряется величиной "номинальных вложений":

$$Kb(t) = \frac{\Omega_B(t)}{\theta_B}. \quad (55)$$

Можно считать, что $Kb(t)$ - это количество "паев" или "акций" производителя, а θ_B - цена одной акции. Впрочем, особого значения величина $Kb(t)$ в модели не имеет. Мы не будем сопоставлять ее с какими-либо наблюдаемыми величинами, и после сборки модели выберем ее начальное значение так, чтобы $\theta_B = 1$. Единственное содержательное требование, которое мы накладываем, исходя из смысла $Kb(t)$, состоит в том, что эта величина должна оставаться неотрицательной.

Поскольку θ_B в модели постоянно, величина $Kb(t)$ должна удовлетворять уравнению:

$$\frac{d}{dt} K_b(t) = \rho_b(t) K_b(t) - z_b(t) v_b(t) + \frac{f_b(t)}{\theta_b} \quad (56)$$

$$0 \leq K_b(t) \quad (57)$$

В уравнении для капиталовложений мы вместо $\rho_B(t)$, $v_B(t)$, $f_B(t)$ используем соответственно величины $\rho_b(t)$, $v_b(t)$, $f_b(t)$, чтобы не нарушать правило, запрещающее использовать переменные одного агента в описании поведения другого. С точки зрения канонической формы, на которой базируется система ЭКОМОД, собственник опирается на информационные переменные $\rho_b(t)$, $v_b(t)$, $f_b(t)$, значения которых он узнает в процессе взаимодействия с банком, описанного в особом блоке «Управление банковским капиталом».

Заметим, что это - не пустая формальность. В данной модели величины $\rho_b(t)$, $v_b(t)$, $f_b(t)$ совпадают с величинами $\rho_B(t)$, $v_B(t)$, $f_B(t)$, но само различие этих величин открывает принципиальную возможность описывать в модели, например, внутрифирменную коррупцию, когда управляющий банком сообщает его собственникам заведомо ложную информацию о состоянии дел.

Совершенно аналогично в процессе взаимодействия собственника и банка, описанного в блоке "Управление банковским капиталом", планируемая переменная $z_b(t)$ становится информационной переменной $U_b(t)$, задающей временную пропорцию выплаты дивидендов банком. Дивиденды, полученные собственником от банка рассчитываются следующим образом:

$$Z_b(t) = \theta_b z_b(t) \quad (58)$$

1.4.2 Управление капиталом производителя

Описывается так же, как управление капиталом банка, с точностью до очевидной замены обозначений.

$$\frac{d}{dt} K_p(t) = \rho_p(t) K_p(t) - z_p(t) v_p(t) + \frac{f_p(t)}{\theta_p} \quad (59)$$

$$0 \leq K_p(t) \quad (60)$$

$$Z_p(t) = \theta_p z_p(t) \quad (61)$$

1.4.3 Балансы денег и валюты (иностраннных активов)

Дивиденды собственник расходует на покупку валюты $V(t)$ по курсу $w_w(t)$.

$$wV(t) = w_w(t) V(t) \quad (62)$$

Формально считаем, что дивиденды сначала поступают на его счет $A(t)$, и уже оттуда расходуются:

$$\frac{d}{dt} A(t) = Zp(t) + Zb(t) - wV(t) \quad (63)$$

$$0 \leq A(t) \quad (64)$$

Тогда изменение запаса валюты:

$$\frac{d}{dt} Q(t) = V(t) \quad (65)$$

$$\{0 < w_w(t)\} \quad (66)$$

Записанные балансы игнорируют потребительские расходы собственников. Делается предположение, что на само поведение собственников и на возможности вложения капитала эти расходы существенного влияния не оказывают.

1.4.4 Целевой функционал собственника

Хотя функционал собственника тоже можно задать подобно функционалам банка и производителя как стремление к максимизации некой своеобразной величины "капитализации", мы здесь отходим от этой схемы построения целевого функционала.

После некоторых проб в качестве целевого функционала собственника в модели была выбрана величина:

$$Functional := \int_{t_0}^T \frac{Q(t) e^{(-\delta(t-t_0))}}{Q_0} dt \quad (67)$$

Здесь Q_0 - нормировочная постоянная, введенная из соображений размерности. Ее численное значение не влияет на решение задачи собственника и траектории модели.

Более существенное значение имеет параметр δ . Экспонента от времени часто вводится в функционалы, описывающие интересы агентов, а показатель δ этой экспоненты обычно (и не очень удачно) называется коэффициентом дисконтирования. Традиционная трактовка коэффициента дисконтирования, как доходности альтернативных вложений, естественна, когда дисконтируется поток доходов или расходов. Здесь мы дисконтируем запас, и естественной трактовкой величины δ будет мера риска.

Чтобы использовать при решении задачи собственника ту же последовательность рассуждений, которые использовались при решении

задач банка и производителя, выразим функционал собственника через поток полезных расходов.

Для этого проинтегрируем функционал по частям

$$F1 := -\frac{Q(T) e^{(\delta(-T+t0))}}{\delta Q0} + \frac{Q(t0)}{\delta Q0} - \int_{t0}^T -\frac{\left(\frac{d}{dt} Q(t)\right) e^{(\delta(-t+t0))}}{\delta Q0} dt \quad (68)$$

и выразим производную $\frac{d}{dt} Q(t)$ из баланса:

$$BAL := \frac{d}{dt} Q(t) = V(t) \quad (69)$$

$$F2 := -\frac{Q(T) e^{(\delta(-T+t0))}}{\delta Q0} + \frac{Q(t0)}{\delta Q0} - \int_{t0}^T -\frac{V(t) e^{(\delta(-t+t0))}}{\delta Q0} dt \quad (70)$$

Интегрируя баланс BAL получаем выражение для $Q(T)$:

$$BAL1 := Q(T) = \int_{t0}^T V(t) dt + Q(t0) \quad (71)$$

$$F3 := -\frac{Q(t0) e^{(-\delta T + \delta t0)}}{\delta Q0} + \frac{Q(t0)}{\delta Q0} + \int_{t0}^T -\frac{V(t) e^{(-\delta T + \delta t0)}}{Q0 \delta} + \frac{e^{(\delta t0)} V(t) e^{(-\delta t)}}{\delta Q0} dt \quad (72)$$

Величина $Q(t0)$, как и остальные начальные условия на фазовые переменные, считается заданной и не варьируется, так что ее можно отбросить из функционала:

$$Functional := \int_{t0}^T \frac{(-e^{(-\delta T + \delta t0)} + e^{(-\delta t + \delta t0)}) V(t)}{\delta Q0} dt \quad (73)$$

Теперь по аналогии с задачами банка и производителя можно указать, что такое поток полезных расходов собственника, - это приток валюты $V(t)$. А основными деньгами считаем остатки счетов $A(t)$.

Окончательно получаем выражение для интересов собственника. Максимизировать величину (73) по планируемым переменным собственника при условиях (54) - (66).

В результате решения задачи оптимального управления мы получаем систему соотношений, описывающую поведение собственника. Она состоит из двух частей (Приложение 3).

Первая часть (VSP) - это 7 простых выражений для 7 планируемых переменных $R(t), f(t), v(t), p(t), PP(t), wV(t), Zp(t), Zb(t)$. В отличие от предыдущих блоков мы вынесли сюда определения доходности, эффективного налога, косвенных доходов и полезного потока, поскольку эти величины не существенны для модели. Перечисленные выше 7 переменных выражаются через информационные переменные и оставшиеся 7 планируемых переменных $Kp(t), zp(t), Q(t), A(t), zb(t), Kb(t), V(t)$.

Последние, следуя терминологии теории оптимального управления, называем прямыми переменными. К этому списку надо добавить еще неизвестную постоянную aa .

Кроме прямых переменных, эта система содержит еще определение вспомогательной величины $E(t)$, введенной для сокращения обозначений, а также определение величины капитала $\Omega(t)$. Все двойственные переменные, возникшие в процессе решения задачи собственника, удалось исключить.

Величины, связанные с капиталом собственника, не играют в модели существенной роли, а смысл капитала обсуждался в предыдущем разделе.

На последнем шаге работы с моделью собственника мы делаем единственную операцию - приписываем всем планируемым и дополнительным переменным собственника индекс C , который служит кратким именем агента "Собственник" в модели.

1.5 Экономический агент – Население

Блок модели, описывающий в агрегированном виде деятельность совокупности домашних хозяйств в качестве потребителей, сберегателей и источника трудовых ресурсов.

Система ограничений описывает в модели все предположения об условиях деятельности и возможностях населения.

В данном блоке система ограничений описывает четыре вида деятельности населения:

- потребление,
- сбережение в виде банковских депозитов,
- получение доходов в виде заработной платы, государственных пособий и процента по депозитам,
- предложение труда.

1.5.1 Потребление

Считаем, что купленный потребительский продукт $C(t)$ накапливается в запасе $Q(t)$ и расходуется на потребление $V(t)$ пропорционально запасу.

$$\frac{d}{dt} Q(t) = C(t) - V(t) \quad (74)$$

$$V(t) = \mu Q(t) \quad (75)$$

Покупки продукта $C(t)$ оплачиваются по цене $p_y(t)$ и в результате определяется поток потребительских расходов $ph(t)$.

$$C(t) = \frac{ph(t)}{p_y(t)} \quad (76)$$

1.5.2 Сбережение

С точки зрения финансовой системы процесс сбережения представляет из себя кредитование банка населением и описывается он, с точностью до обозначений, так же, как кредитование производителя банком: депозиты $S(t)$ помещаются в банк на срок $\frac{1}{\beta_s}$ под процент $r_s(t)$. Депозиты растут за счет нетто-вкладов $SdS(t)$.

$$\frac{d}{dt} S(t) = SdS(t) \quad (77)$$

$$-\beta_s S(t) \leq SdS(t) \quad (78)$$

Депозиты $S(t)$ - это записи в сберкнижке или дебитной карте. Чтобы увеличить их на $SdS(t)$ надо внести деньги $NdS(t)$. Имея депозит, можно получить процентные платежи $NrS(t)$.

$$SdS(t) = NdS(t) \quad (79)$$

$$NrS(t) = r_s(t) S(t) \quad (80)$$

1.5.3 Баланс доходов и расходов

Считаем, что население пользуется наличностью $A(t)$. Запас наличности убывает за счет потребительских расходов $ph(t)$ и нетто-вкладов $SdS(t)$, а растет - за счет доходов. Кроме упомянутых выше процентных платежей $NrS(t)$, в модели учитываются доходы за счет зарплаты $rs(t)$ и трансфертов от государства $SB_x(t)$.

$$\frac{d}{dt} A(t) = -NdS(t) - ph(t) + rs(t) + NrS(t) + SB_x(t) \quad (81)$$

$$0 \leq A(t) \quad (82)$$

Трансферты $SB_x(t)$ не планируются населением, а задаются государством. Содержательно этой модельной величине отвечает сумма

государственных субсидий населению (пенсии, пособия, стипендии) и зарплаты бюджетников.

1.5.4 Предложение труда

Население служит источником трудовых ресурсов $R(t)$. Продавая их на рынке труда по ставке заработной платы $s_r(t)$, оно получает поток доходов $rs(t)$ (фонд заработной платы).

$$rs(t) = s_r(t) R(t) \quad (83)$$

В данной модели описание рынка труда еще не проработано и фактически мы считаем затраты труда экзогенным фактором.

Формально это выразится в том, что в данном блоке величину $R(t)$ мы задаем через информационную переменную $R_r(t)$.

$$R(t) = R_r(t) \quad (84)$$

Содержательно такое описание может отвечать двум разным ситуациям:

а) полной занятости, когда работают все желающие. Тогда $R_r(t)$ - общее количество трудовых ресурсов, определяемое сравнительно медленными процессами в сферах демографии и образования;

б) большой безработице, когда домохозяйства на рынке труда ориентируются не на свое желание работать, а на имеющиеся вакансии. Тогда $R_r(t)$ - информация о спросе производителей на труд.

В рассматриваемой модели реализуется фактически первый случай, но наличие другой трактовки показывает, что приведенное описание блока население может быть использовано и при других предположениях о функционировании рынка труда.

1.5.4 Целевой функционал населения

Интересы населения в модели описываются функционалом

$$\int_{t_0}^T \frac{\left(\frac{Q(t)}{Q_0}\right)^{(1-\eta)} e^{(-\Delta t)}}{1-\eta} dt \quad (85)$$

Здесь:

Q_0 - нормировочная постоянная, численное значение которой не влияет на движение наблюдаемых показателей в модели;

Δ - предпочтение времени (коэффициент дисконтирования) населения, показывающее насколько лучше ему, при прочих равных условиях, получить потребительский продукт сегодня, а не завтра;

η - т.н. "отвращение к риску" - положительная постоянная, которая характеризует, насколько равномерно хочет население получать потребительские блага:

- при $\eta = 0$ важно только среднее по периоду (с учетом дисконтирования) значение запаса;

- при $\eta = \infty$ важен только минимальный уровень за весь период.

Обычно в учебниках в качестве описания интересов потребителя приводится функционал вида (85), но не от запаса $Q(t)$, как у нас, от потока приобретенных потребительских благ $C(t)$. Такой функционал называется функционалом ожидаемой полезности с постоянным относительным отвращением к риску.

Принятый нами функционал (85) несмотря на внешнее отличие на самом деле является классическим функционалом ожидаемой полезности с постоянным относительным отвращением к риску. Просто мы в модели различаем поток приобретенных благ $C(t)$ и поток потребленных благ $V(t) = \mu Q(t)$.

Содержательно такое отличие естественно для предметов длительного пользования, служащих потребителю время порядка $\frac{1}{\mu}$. Различие $C(t)$ и $V(t)$ введено, однако, из чисто прагматических соображений. Сначала делалась попытка использовать функционал от $C(t)$, но было получено при расчетах независимо от выбора коэффициентов функционала соотношение фаз колебаний инфляции и потребления прямо противоположное тому, который наблюдается в реальности. Это побудило к введению в систему дополнительного "инерционного звена"

$$\frac{d}{dt} V(t) = \mu (C(t) - V(t)) , \quad (86)$$

к которому, как легко видеть, сводятся приведенные выше уравнения для $Q(t)$ и $V(t)$, и рассматривать μ как настроечный параметр модели.

Задача населения отличается от задач банка, производителя и собственника тем, что функционал зависит не от потока полезных расходов, а от фазовой переменной - запаса продукта $Q(t)$. Поэтому здесь мы не выделяем и не фиксируем поток полезных расходов. Основные деньги, тем не менее, указать можно – наличность населения $A(t)$.

Окончательно получаем выражение для интересов населения. Максимизировать величину (85) по планируемым переменным населения при условиях (74) – (84).

В результате решения задачи оптимального управления мы получаем систему соотношений, описывающую поведение населения. Она состоит из двух частей (см. Приложение 4).

Первая часть (VSP) - это 11 простых выражений для 11 планируемых переменных

$R(t), \rho(t), PP(t), v(t), f(t), ph(t), R(t), rs(t), NrS(t), SdS(t), C(t), V(t)$ (включая определения доходности, эффективного налога, косвенных доходов и полезного потока).

Перечисленные выше 11 переменных выражаются через информационные переменные и оставшиеся 4 планируемых переменных $NdS(t), S(t), A(t), Q(t)$

Последние, следуя терминологии теории оптимального управления, называем прямыми переменными.

Вторая часть описания поведения населения (URA) - это система, определяющая прямые переменные.

Кроме прямых переменных, эта система содержит еще несколько модифицированные двойственные переменные $\psi^2(t), q(t)$, возникшие в процессе решения задачи населения, а также определение величины капитала $\Omega(t)$. Величины, связанные с капиталом населения не играют в модели существенной роли.

На последнем шаге работы с моделью населения мы делаем единственную операцию - приписываем всем планируемым и дополнительным переменным населения индекс H , который служит кратким именем агента "Население" в модели.

1.6 Экономический агент – Область

Блок модели, описывающий экономическую деятельность органов областной власти.

Строго говоря, область в целом выступает в региональной экономике как производитель особых общественных благ таких, как порядок, справедливость, внешняя и внутренняя безопасность, экологический комфорт, гарантированные уровни дохода, образования, медицинского обеспечения и т.п. Эти блага называются общественными потому, что они не делятся между гражданами. По идее каждый располагает всем объемом произведенного общественного блага, подобно тому, как каждый житель дома располагает всем сквером, разбитым во дворе.

Общественные блага производятся за счет затрат продукта, закупаемого в порядке областного потребления, за счет затрат труда государственных служащих, за который они получают зарплату, и за счет денежных затрат на субсидии и пособия определенным категориям граждан и организаций. Поскольку общественный продукт достается всем членам общества, то и оплачивается он "в складчину" - за счет налогов. Производственная деятельность области отражается в современной системе региональных счетов балансами особой отрасли "Управление".

Эта отрасль производит особый продукт и практически не создает добавленной стоимости.

Можно и нужно говорить о возможной неэффективности производства общественных благ областью (как с точки зрения размеров затрат, так и с точки зрения полезности результатов), но нельзя рассматривать область просто как лишнего потребителя, неизвестно откуда свалившегося на голову несчастного общества.

Список благ, которые следует производить и потреблять как общественные, т.е. не деля между потребителями, в разные времена и в разных обществах определялся по-разному. Например, сейчас в общественные блага включаются обычно производственная инфраструктура, научные исследования и новаторские инженерные проекты.

В модели не описывается явно результат производственной деятельности области, а учитываются только расходы на эту деятельность.

Область, как и рассмотренные выше агенты ("Банк", "Производитель", "Собственник", "Население") рассматривается в модели как единое лицо, принимающее решения относительно своих планируемых переменных. Есть, однако, очень важное отличие от описаний агентов, рассмотренных в предыдущих разделах.

Каждый из рассмотренных ранее агентов: Банк, Производитель, Собственник и Население - представлял большую совокупность реальных субъектов экономики (финансовых коммерческих организаций, нефинансовых коммерческих организаций, физических и юридических лиц, распоряжающихся большими объемами собственности, домохозяйств живущих за счет зарплаты, пособий и сравнительно небольшой ренты). Таких агентов мы называем массовыми. Каждый субъект, представленный массовым агентом, контролирует небольшую часть ресурсов, представленных планируемыми переменными массового агента, и располагает ограниченной информацией.

Основное предположение относительно массовых агентов состоит в том, что за счет конкуренции, подражания и специализации субъектов массовый агент ведет себя более регулярно и рационально, чем каждый из составляющих ее субъектов. Поэтому совокупное поведение массового агента считается возможным описывать вариационным принципом - максимизацией целевого функционала в рамках технологических и институциональных ограничений. Последние как раз и выражают ограниченность информации субъектов, представленных массовым агентом.

Реальная область тоже представляет собой совокупность субъектов - служащих. Между ними тоже есть отношения конкуренции и подражания, но доминируют все же иные отношения - административного подчинения. Если бизнесмен с радостью возьмется за проект, который упустил его конкурент, то чиновник не будет исправлять упущение своего коллеги - он просто не имеет на это права. Доминирующие в областных органах

отношения соподчинения вынуждают рассматривать область как реальный субъект экономики, наделенный волей и инициативой.

Модельных агентов, представляющих отдельных особо влиятельных субъектов экономики, мы называем индивидуальными агентами. В данной модели их два - область и центробанк.

В силу вышесказанного не считается возможным формализовать цели индивидуального агента как задачу оптимизации определенного критерия, а предлагается описывать деятельность такого агента сценариями его политики. Иными словами, планируемые переменные области мы задаем просто как функции времени, а затем на экспериментах с моделью сравниваем результаты, полученные при разных наборах траекторий планируемых переменных области.

При сценарном описании поведения агента различие между информационными и планируемыми переменными несколько размывается. Однако важно, чтобы переменные, задаваемые сценарием, отвечали реальным рычагам областного управления. Иначе сценарий невозможно будет сравнить с реально проводившейся политикой.

Область в модели - это индивидуальный агент, и его поведение описывается сценарием региональной экономической политики, включающем:

- Программу закупки продуктов областного потребления $G(t)$
- Программу трансфертов населению - выплат пособий населению и зарплаты бюджетникам за вычетом подоходного налога с этих выплат $Sub(t)$
- Программу выплат внешнего долга (или поступлений от внешних займов, смотря по знаку) $LdW(t)$

Платежи бюджета, идущие на оплату продукта, и платежи, передаваемые гражданам и организациям в денежной форме, воздействуют на экономику существенно по-разному, поэтому мы складываем зарплату и пособия, а расходы на закупки учитываем отдельно.

1.6.1 Расходы бюджета

Продукты, предусмотренные программой закупок $G(t)$, область покупает на общих основаниях, т.е. по цене $p_y(t)$, что в общей сложности требует затрат $p_y(t)$.

$$p_y(t) = p_y(t) G(t) \quad (87)$$

Продукт $G(t)$ в модели рассматривается как конечное потребление.

Область получает доходы в рублях. Поэтому, если надо сделать платежи в валюте $LdW(t)$, то ее нужно купить на общих основаниях на валютной бирже по курсу $w_w(t)$, что требует затрат $NdWr(t)$

$$NdWr(t) = w_w(t) LdW(t) \quad (88)$$

Величины $LdW(t)$ и $NdWr(t)$ могут быть отрицательными, что отвечает поступлениям в бюджет потока денег $-NdWr(t)$ за счет внешних заимствований с последующей продажей полученной валюты на бирже.

В канонической форме модели иностранная валюта рассматривается не как финансовый инструмент, а как материальный актив. Финансовые инструменты в канонической форме выделяются не по названиям, а по тому признаку, что система их балансов не имеет источников и стоков, но зато имеет эмитентов - агентов, для которых этот инструмент - обязательство (пассив). Поскольку реальный эмитент валюты находится за пределами национальной экономики, в оставшейся в модели системе балансов валюты появляются источники и стоки. Чтобы система ЭКОМОД признала такие балансы корректными, валюту следует классифицировать как материальный актив.

1.6.2 Внутренний долг

Положительная разница между доходами и расходами бюджета, так или иначе, покрывается внутренними заимствованиями:

$$LdB(t) = NdB(t) \quad (89)$$

Величина внутреннего долга $B(t)$ тогда запишется следующим образом:

$$\frac{d}{dt} B(t) = LdB(t) \quad (90)$$

$$0 \leq B(t) \quad (91)$$

Мы предполагаем, что кредитором выступает только Центральный банк, поэтому кредиты можно считать беспроцентными.

1.6.3 Финансовый баланс

Перечисленные выше статьи доходов, расходов и заимствований изменяют остаток счетов области.

$$\frac{d}{dt} A(t) = Tax_x(t) + NdB(t) - py(t) - NdWr(t) - Sub(t) \quad (92)$$

$$0 \leq A(t) \quad (93)$$

Получили соотношения (87)-(93), из которых выделяем простые выражения VSP и основные выражения URA (см. Приложение 5).

Все планируемые переменные области определяются, если заданы информационные переменные $p_y(t)$, $Tax_x(t)$, $w_w(t)$ и сценарий, т.е.

программа изменения областных закупок $G(t)$, программа трансфертов населению $Sub(t)$ и программа валютных платежей/поступлений $LdW(t)$. Неравенства служат для контроля реализуемости этих программ.

На последнем шаге работы с блоком область мы делаем единственную операцию - приписываем всем планируемым переменным индекс G , который служит кратким именем агента "Область" в модели.

1.7 Экономический агент – Центральный банк

Блок модели, описывающий деятельность Центрального банка.

В России и, как и в большинстве стран мира, ЦБ - это государственный орган, отвечающий за работу кредитно-денежной системы. ЦБ должен обеспечить:

- возможность проводить расчеты в национальной валюте при одновременном удержании инфляции в границах, заданных при составлении бюджета;
- поддержание валютного курса в границах, заданных при составлении бюджета;
- устойчивость банковской системы и по возможности доступность кредитов.

Особенность ЦБ в том, что, кроме административных рычагов, таких, как лицензирование банков и привлечение в обязательном порядке банковских резервов, ЦБ располагает коммерческими рычагами:

- ЦБ держит валютные резервы и расчетные счета государства;
- ЦБ может выдавать кредиты банкам и государству;
- ЦБ выпускает собственные обязательства (эмиссия денег).

Как коммерческая организация ЦБ обязан обеспечивать собственную безубыточность и по закону обладает большой самостоятельностью маневрирования валютными резервами и кредитами. Конечно, коммерческая деятельность ЦБ идет по особым правилам. ЦБ часто выступает как монополист - он назначает ставки процентов по своим кредитам (учетные ставки), причем для разных категорий агентов эти ставки могут быть различны. Обязательства ЦБ - наличные деньги - обязательны к приему всеми субъектами как единственное законное средство платежа. На ЦБ не распространяются нормативы ликвидности, собственных средств и резервирования, которые обязательны для коммерческих банков. В то же время ЦБ не преследует коммерческой выгоды. Но должен быть неубыточным, но капитал не копит, а прибыль перечисляет в бюджет.

Особо следует остановиться на кредитовании государства. В принципе за эти кредиты государство платит процент и должно вроде бы учитывать это при составлении бюджета. Однако процентные платежи составляют прибыль ЦБ, которая перечисляется обратно в бюджет. Именно поэтому мы выше считали кредиты ЦБ области беспроцентными.

Единственным процессом, которым реально управляет ЦБ России, остается процесс формирования обменного курса рубля $w_w(t)$ и связанный с ним процесс роста золотовалютных резервов.

1.7.1 Валютные операции

ЦБ покупает валюту в объеме $V(t)$ по заданному сценарию курсу $w_w(t)$, что требует расходов $wV(t)$.

$$wV(t) = w_w(t) V(t) \quad (94)$$

При $V(t) < 0$ это соотношение описывает продажу валюты (валютную интервенцию) на бирже. Купленная валюта накапливается в золотовалютных резервах $R(t)$.

$$\frac{d}{dt} R(t) = V(t) \quad (95)$$

1.7.2 Ссуды области

Считаем, что ЦБ дает области беспроцентный кредит по его запросу. Эту величину ЦБ узнает в процессе взаимодействия: «Кредитование области». Поэтому размер кредита $KGL_g(t)$ - это информационная переменная для ЦБ. Кредит выдается деньгами $KG(t)$.

$$KG(t) = KGL_g(t) \quad (96)$$

Сумма выданных кредитов накапливается в виде внутреннего долга $L(t)$.

$$\frac{d}{dt} L(t) = KGL_g(t) \quad (97)$$

1.7.3 Эмиссия денег

Расходы ЦБ на покупку валюты и кредитование области покрываются эмиссией $E(t)$, что описывается формальным балансом "расчетного счета ЦБ в себе самом", остаток которого по определению равен 0:

$$0 = E(t) - KG(t) - wV(t) \quad (98)$$

Правильность этого соотношения для эмиссии будет доказана после сборки модели, когда окажется, что $E(t)$ равна суммарному приросту денег у всех остальных агентов. Это и означает, что ЦБ является единственным эмитентом денег в экономике.

В качестве денег мы рассматриваем денежную базу (сумму наличности и банковских резервов). Ее величина $MB(t)$ (money base) равна накопленной эмиссии.

$$\frac{d}{dt} MB(t) = E(t) \quad (99)$$

Заметим, что величина эмиссии $E(t)$ может быть и отрицательной, когда деньги изымаются из обращения и денежная база сокращается.

Получили соотношения (94)-(99), из которых выделяем простые выражения VSP и основные выражения URA (см. Приложение 6).

На последнем шаге работы с блоком ЦБ мы делаем единственную операцию - приписываем всем планируемыми переменным индекс CB , который служит кратким именем агента "Центральный банк" в модели.

1.8 Экономический агент – Внешняя торговля

Блок модели, описывающий внешнеэкономическую деятельность.

Формально можно представлять себе индивидуального агента "Экспортер", который реализует заданную сценарием программу чистого экспорта (разность стоимости экспорта и импорта во внутренних ценах) и продает на валютной бирже вырученную валюту.

Существенное предположение состоит в том, что валюты ввозится ровно столько, сколько нужно, чтобы оплатить экспортный продукт на внутреннем рынке.

Экспортер покупает экспортный продукт $Exp(t)$ на внутреннем рынке на общих основаниях, т.е. по цене $p_y(t)$. Это требует затрат $pExp(t)$.

$$pExp(t) = p_y(t) Exp(t) \quad (100)$$

Продукт $Exp(t)$ продается на внешнем рынке за валюту. Поскольку мы не рассматриваем здесь механизмы продажи, этот процесс проще всего описать как "преобразование продукта $Exp(t)$ в валюту $V(t)$ ".

Валюта $V(t)$ продается на валютной бирже по курсу $w_w(t)$, что приносит экспортеру доход в рублях $wV(t)$.

$$wV(t) = w_w(t) V(t) \quad (101)$$

В соответствии с основным предположением этого дохода должно в точности хватить на покрытие расходов $pExp(t)$.

$$0 = wV(t) - pExp(t) \quad (102)$$

Получили соотношения (100)-(102), все из которых являются основными выражениями URA.

На последнем шаге работы с блоком Внешняя торговля мы делаем единственную операцию - приписываем всем планируемому переменным индекс F , который служит кратким именем агента "Внешняя торговля" в модели.

1.9 Описание взаимодействий экономических агентов

Переходим к описанию взаимодействий.

Балансы взаимодействий связывают балансы активов агентов, описывая процесс передачи активов от одного агента к другому. Как правило, в этих балансах левая часть должна быть нулевой, поскольку иначе в модели возникнут запасы активов, которые не принадлежат никакому агенту.

1.9.1 Рынок кредитов L

Производитель выдает расписки на сумму $LdL_J(t)$, а банк согласен забрать $LdL_B(t)$. Реализуемы только ситуации, когда эти планы совпадают, что и записывается следующим балансом:

$$0 = -LdL_B(t) + LdL_J(t) \quad (103)$$

Напомним, что в блоках агентов J и B величины $LdL_J(t)$ и $LdL_B(t)$ определялись в зависимости от складывающегося на рынке кредитов процента. Приведенное выше равенство играет роль условия равновесия на рынке кредитов, из которого в принципе должна определяться величина процента по кредитам $r_f(t)$.

Когда кредитное соглашение достигнуто, производитель начинает получать по кредитам деньги $KdL_J(t)$ и платить проценты $rL_J(t)$, а банк платит и получает те же суммы, но в его расчетах они обозначаются как $KdL_B(t)$ и $rL_B(t)$, соответственно. Согласование этих величин выражается балансами:

$$0 = -KdL_J(t) + KdL_B(t) \quad (104)$$

$$0 = -rL_B(t) + rL_J(t) \quad (105)$$

В конечном счете, должны выравняться сами объемы ссуд, планируемые производителем и банком $L_B(t)$ и $L_J(t)$.

1.9.2 Рынок депозитов S

Рынок депозитов описывается совершенно аналогично рынку кредитов. Первый баланс в принципе должен определять процент $r_s(t)$.

$$0 = SdS_B(t) - SdS_H(t) \quad (106)$$

$$0 = -KdS_B(t) + NdS_H(t) \quad (107)$$

$$0 = rS_B(t) - NrS_H(t) \quad (108)$$

1.9.3 Рынок продукта Y

На рынке продукта балансируется предложение продукта производителями $Y_f(t)$ и спрос со стороны тех же производителей $J_f(t)$, области $G_G(t)$, населения $C_H(t)$ и экспортеров $Exp_F(t)$. Этот баланс в принципе должен определять цену продукта $p_y(t)$.

$$0 = Y_f(t) - J_f(t) - G_G(t) - Exp_F(t) - C_H(t) \quad (109)$$

Платежи покупателей балансируются с выручкой производителя. При этом производитель пускает эту выручку по своему усмотрению по двум каналам: легальному $pYW_f(t)$ и теневому $pYB_f(t)$.

$$0 = pJ_f(t) + py_G(t) + ph_H(t) + pExp_F(t) - pYW_f(t) - pYB_f(t) \quad (110)$$

Поскольку все участники рынка продукта рассчитывают на одну и ту же цену $p_y(t)$, равенство платежей выручке следует из равенства покупок продажам. Аналогичные зависимости соотношений имеются и в описании остальных рынков. Таким образом, в получающейся системе соотношений модели оказывается много скрытых тождеств (зависимых уравнений). Логика записи модели в канонической форме состоит в прослеживании балансов аддитивных величин, а не в отыскании независимых условий, определяющих неизвестные.

Вообще в сложных моделях экономики заранее, не решая системы, угадать полную систему независимых уравнений на неизвестные довольно трудно. Например, сам основоположник теории экономического равновесия Л.Вальрас не заметил, что выписанная им система уравнений на цены хоть и содержит нужное число уравнений, но включает в себе скрытое тождество в силу "закона Вальраса".

Формально указанные вырождения можно снять, если поставить в левых частях балансов в блоках взаимодействий не нули, а производные неких фиктивных "буферных" запасов. Такой прием, по сути, и используется в популярных ныне конструкторах потоковых схем, развивающих идеи динамического имитационного моделирования Дж. Форрестера.

Если потоки в правых частях балансовых уравнений явно выражены как функции запасов, что и подразумевал Дж.Форрестер, то введение фиктивных запасов приводит к простой для счета динамической системе очень высокого порядка. Эта система совершенно не поддается

аналитическому исследованию, а большая часть фазовых переменных этой системы не имеет экономического смысла.

Если же в модели присутствуют динамические переменные с неизвестными начальными условиями (двойственные переменные в нашей модели), то искусственное повышение порядка системы невероятно затруднит процедуру ее расчета. Поэтому мы идем более трудным путем аналитического преобразования системы с целью выявления и исключения скрытых тождеств.

1.9.4 Рынок труда R

Поток труда $R_f(t)$, на который рассчитывает производитель, должен совпадать с тем, который отдает население $R_H(t)$.

$$0 = -R_f(t) + R_H(t) \quad (111)$$

Навстречу движется поток зарплаты. Производитель платит зарплату по двум каналам: легальному $sRW_f(t)$ и теневому $sRB_f(t)$. Для населения они сливаются в один поток $rs_H(t)$.

$$0 = -rs_H(t) + sRW_f(t) + sRB_f(t) \quad (112)$$

Величина предложения труда для населения считается заданной:

$$R_H(t) = R_r(t) \quad (113)$$

В описании поведения населения величину $R_r(t)$ мы считаем заданной из статистики, что подчеркивается переобозначением. Баланс труда тогда в принципе должен быть уравнением, определяющим величину ставки заработной платы $s_r(t)$.

Блоки взаимодействий, описанные выше, - это классические равновесные рынки. Из условия равенства спроса и предложения (на кредиты, депозиты, продукт, труд) определяется "невидимой рукой" интенсивная информационная переменная типа цены (проценты $r(t)$, $r_s(t)$, цена продукта $p(t)$ и ставка зарплаты $s_r(t)$). Следующее взаимодействие тоже описано как равновесный рынок, но определяется на нем не цена, а замыкающий поток.

1.9.5 Рынок валюты w

Валюту, которую продает экспортер, $V_F(t)$ должны купить собственник $V_C(t)$, область для выплаты внешних обязательств $LdW_G(t)$, либо Центральный банк $V_{CB}(t)$ для пополнения валютных резервов.

$$0 = -V_C(t) - V_{CB}(t) + V_F(t) - LdW_G(t) \quad (114)$$

Платежи следуют в обратном направлении:

$$0 = wV_C(t) + wV_{CB}(t) - wV_F(t) + NdWr_G(t) \quad (115)$$

Поскольку мы считаем курс валюты заданным $w_w(t)$ сценарно, баланс валюты определяет покупки/продажи валюты Центральным банком $V_{CB}(t)$. Иначе говоря, этот баланс показывает, сколько должен купить или продать валюты ЦБ, чтобы поддержать заданный курс.

Оставшиеся взаимодействия - это уже не рынки, а передачи. В их описаниях отсутствуют интенсивные информационные переменные типа цен, но появляются экстенсивные информационные переменные типа "уведомления о предстоящих перечислениях".

1.9.6 Кредитование области g

Простейшая передача - кредитование области ЦБ по требованию государства.

$$0 = -KGL_g(t) + LdB_G(t) \quad (116)$$

Этот баланс определяет упомянутую выше экстенсивную информационную переменную $KGL_g(t)$ - требования на кредиты. Деньги, как обычно, движутся в противоположном направлении.

$$0 = -NdB_G(t) + KG_{CB}(t) \quad (117)$$

1.9.7 Налоги и субсидии x

Описание аналогично предыдущему: из балансов определяются экстенсивные информационные переменные:

$$0 = -Tax_x(t) + Tax_f(t) + Tax_B(t) \quad (118)$$

$Tax_x(t)$ - налоговые поступления для государства.

$$0 = Sub_G(t) - SB_x(t) \quad (119)$$

$SB_x(t)$ - субсидии населению (в рамках модели это, напомним, - сумма пособий и заработной платы бюджетников).

1.9.8 Ведение расчетных счетов n

По существу это тоже передача: банк принимает на расчетные счета средства, которые решает положить на них производитель. Однако при описании поведения банка мы допускаем возможность, что банк может отказаться вести расчетные счета. Поэтому описание данного взаимодействия получается несколько более сложным, чем описание предыдущих двух взаимодействий.

Балансы пишутся так же, как выше для рынка депозитов, только без процентных платежей.

$$0 = -NdN_j(t) + NdN_B(t) \quad (120)$$

$$0 = -KdN_B(t) + KdN_j(t) \quad (121)$$

Но прогноз остатков расчетных счетов $NJ_n(t)$, которым руководствуется банк, определяется как предложение со стороны производителя:

$$NJ_n(t) = N_j(t) \quad (122)$$

Следующие два взаимодействия с точки зрения системы балансов описывают передачу дивидендов. Но их специфика в том, что они сопровождаются передачей информации, которая определяет величину дивидендов.

1.9.9 Управление банковским капиталом b

Собственник получает от банка те дивиденды, которые банк начислил:

$$0 = -Zb_C(t) + Z_B(t) \quad (123)$$

Но для того, чтобы организовать это начисление оптимально с точки зрения собственника, собственник должен получить информацию о доходности $\rho_B(t)$, эффективном налоге $v_B(t) - 1$, косвенных доходах $f_B(t)$ и курсе θ_B банка и передать банку указания о временной структуре выплат дивидендов $zb_C(t)$. Для этого в данном взаимодействии планируемые переменные банка и собственника превращаются в соответствующие информационные переменные:

$$\begin{aligned}
\theta_b &= \theta_B \\
v_b(t) &= v_B(t) \\
\rho_b(t) &= \rho_B(t) \\
f_b(t) &= f_B(t) \\
Ub_b(t) &= zb_c(t)
\end{aligned}
\tag{124}$$

1.9.10 Управление капиталом производителя p

Взаимодействие описывается как предыдущее с точностью до обозначений. Единственное отличие в том, что при передаче суммируются легальные $ZW_j(t)$ и нелегальные $ZB_j(t)$ дивиденды, выплачиваемые производителем.

$$0 = -Zp_c(t) + ZW_j(t) + ZB_j(t) \tag{125}$$

$$\begin{aligned}
\theta_p &= \theta_J \\
v_p(t) &= v_J(t) \\
\rho_p(t) &= \rho_J(t) \\
f_p(t) &= f_J(t) \\
Ub_p(t) &= zp_c(t)
\end{aligned}
\tag{126}$$

2 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ И ПРОГНОЗНЫХ РАСЧЕТОВ

Итак, имитационная модель предназначена для аналитических и прогнозных расчетов. Система производит расчет при заданных значениях входных данных и выдает значения выходных переменных и их графики в сравнении с исходными данными. Изменяя значения параметров модели, можно обыгрывать различные сценарии развития экономики Кировской области и оценивать ее экономический потенциал в каждом частном случае. Было рассмотрено несколько сценариев поведения области, четыре из них описаны в разделах 2.1 – 2.4. Перечислим параметры модели, которые оставались неизменными во всех сценариях:

1. Параметры $A = 1,8718$, $B = 16,1667$, $b = 0,0077$, $\kappa = 1,5$ производственной функции:
2. Налоговые ставки:
 - налог на добавленную стоимость – $\nu = 0,18$;

- налог на прибыль – $np = 0,24$;
- подоходный налог – $nd = 0,13$;
- социальный налог – $ns = 0,26$.

Остальные параметры варьировались от сценария к сценарию.

2.1 СЦЕНАРИЙ 1

В данном сценарии были выбраны и идентифицированы следующие значения параметров:

- $\varepsilon = 100$ - коэффициент, описывающий частоту проверок и величину штрафов, взимаемых налоговой инспекцией. При $\varepsilon \rightarrow 0$ санкции налоговой инспекции ожесточаются. В нашем случае санкции нежесткие.

- $i1 = 0,04$ - средний темп инфляции за весь рассматриваемый период. В нашем случае инфляция растет в среднем на 4% за квартал.

- $\xi_n = 0,1$ - норма резервирования привлеченных средств от расчетных счетов производителей. Значение взято непосредственно из нормативных документов Центрального банка.

- $\xi_s = 0,07$ - норма резервирования привлеченных средств от депозитов населения. Значение взято непосредственно из нормативных документов Центрального банка.

- $\tau_s = 1$ - параметр обращения денег, полученных от легальной зарплаты.

- $\beta_a = 0,7$ - норма амортизации (обратная величина износа основных средств). В нашем случае, основные средства амортизируются в среднем за четыре месяца.

- $\sigma = 0,2$ - доля кредитов в ВРП. В нашем случае кредиты занимают 20% в общем объеме ВРП.

- $\mu = 0,5$ - коэффициент потребления купленного продукта. В нашем случае половина купленного продукта потребляется, а оставшаяся половина переходит в запасы.

- $\beta_s = 1$ - норма привлечения депозитов (обратная величина срока привлечения депозитов). В нашем случае депозиты привлекаются на 1 квартал.

- $\delta = 0,6$ - мера риска собственника. Чем меньше δ , тем больше риск собственника не получить планируемый доход. В нашем случае риск ниже среднего уровня.

- $\beta_k = 0,06$ - норма выдачи кредитов производителю (обратная величина срока выдачи кредитов). В нашем случае в процессе идентификации модели срок выдачи кредитов оказался равным 4 года.

- $\tau_{bt} = 6,3$ - параметр обращения денег, полученных от теневой зарплаты. В результате идентификации модели получилось, что деньги,

полученные от теневой зарплаты, обращаются в шесть раз быстрее, чем от легальной зарплаты.

Результаты сопоставления расчетов со статистикой для 12 кварталов 2002-2004 гг. и прогноз на три года вперед (на 12 кварталов) приведены на рис. 1-5.

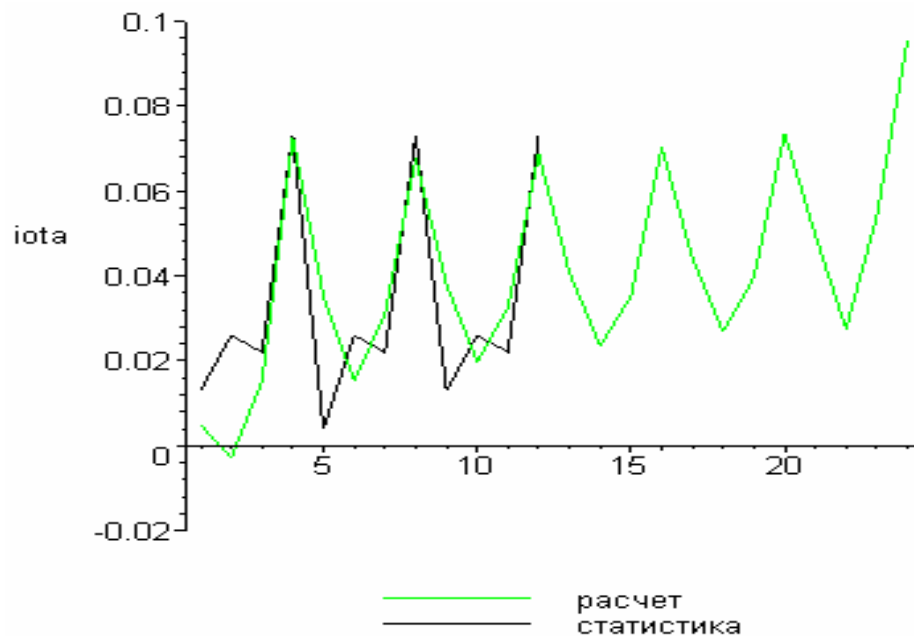


Рис. 1 – Темп инфляции

Как видно из рис.1, инфляция воспроизводится моделью с весьма высокой точностью и отражает колебания инфляции в пределах года. Из прогноза видно, что темп инфляции в 2005-2006 гг. останется на том же уровне, что и в 2002-2004 гг., а к концу 2007 года возрастет.

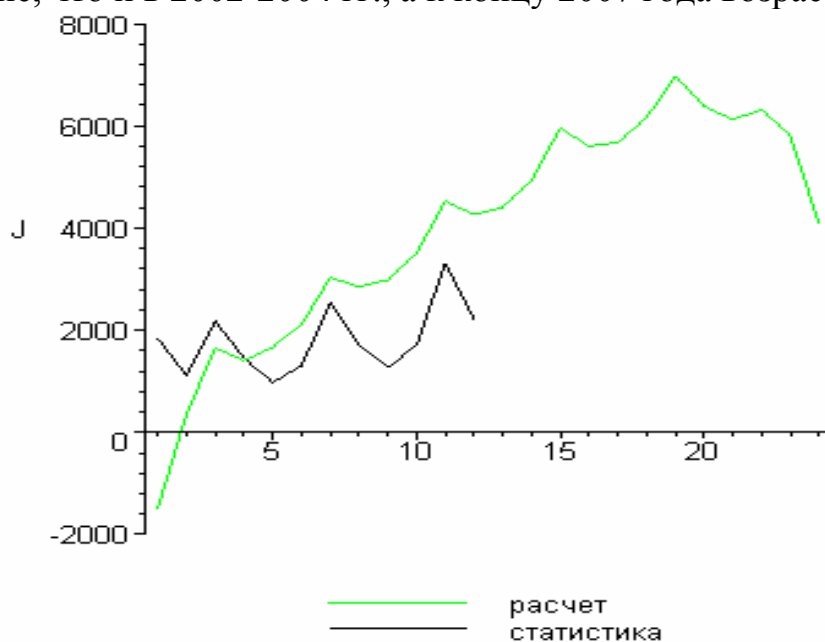


Рис. 2 – Валовое накопление, млн. руб. в реальном выражении в ценах 2002 года

Как видно из рис.2, значения валового накопления, рассчитанные моделью, слегка завышены по сравнению со статистическими данными, но отражают характер колебаний данного показателя в пределах года. Из прогноза видно, что валовое накопление в 2005-2006 гг. будет возрастать высокими темпами, а в 2007 году произойдет резкий спад реальных инвестиций. Возможно, это связано с увеличением инфляции в 2007 году (см. рис.1).

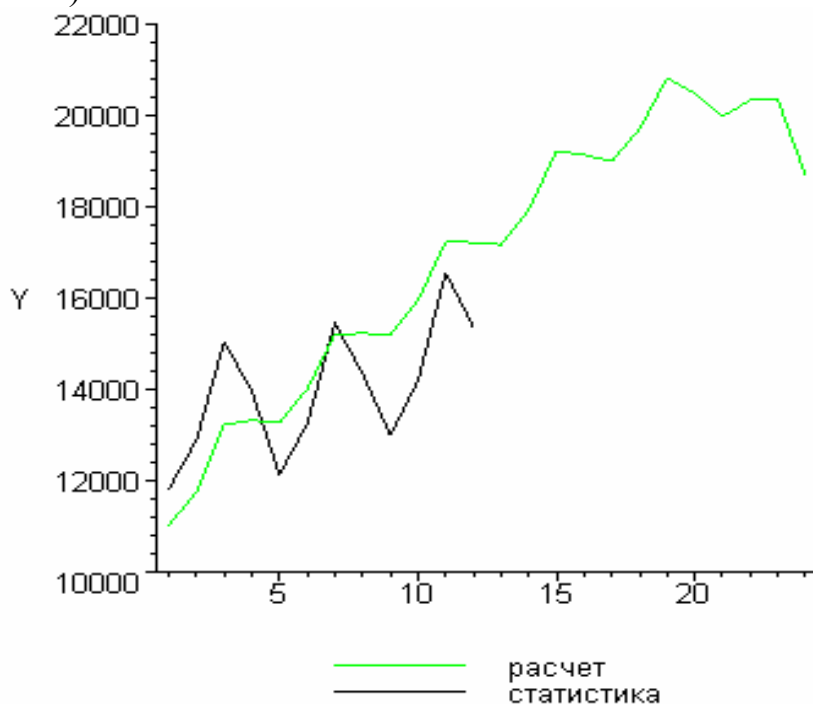


Рис. 3 – ВРП, млн. руб. в реальном выражении в ценах 2002 года

Как видно из рис.3, значения ВРП, рассчитанные моделью, достаточно близки к фактическим значениям, но имеют более сглаженный характер. Из прогноза видно, что ВРП в 2005-2006 гг. будет возрастать, а в 2007 году начнется спад ВРП. Это связано и с увеличением инфляции, и с падением реальных инвестиций.

Результаты прогнозов инфляции, валового накопления и ВРП отражают одну и ту же тенденцию – экономический спад к концу 2007 года при существующей в данном сценарии экономической политике (которую отражают параметры модели). Это говорит об адекватно построенных взаимосвязях имитационной модели.

Как видно из рис.4, расчетные значения по кредитам оказались сильно завышенными по сравнению с фактическими значениями. Вероятно, это зависит от того, что в процессе идентификации средний срок выдачи кредитов производителям оказался равным 4 года, а в реальности он гораздо ниже. Также, несоответствие расчетных и статистических данных объясняется принципом рациональных ожиданий, принятым в данной модели, который предполагает, что агенты «очень умные»: полностью информированы и используют все свои возможности для достижения цели.

Это идеальный вариант. В реальной же экономике всегда находятся микроагенты, совершающие ошибки в принятии решений.

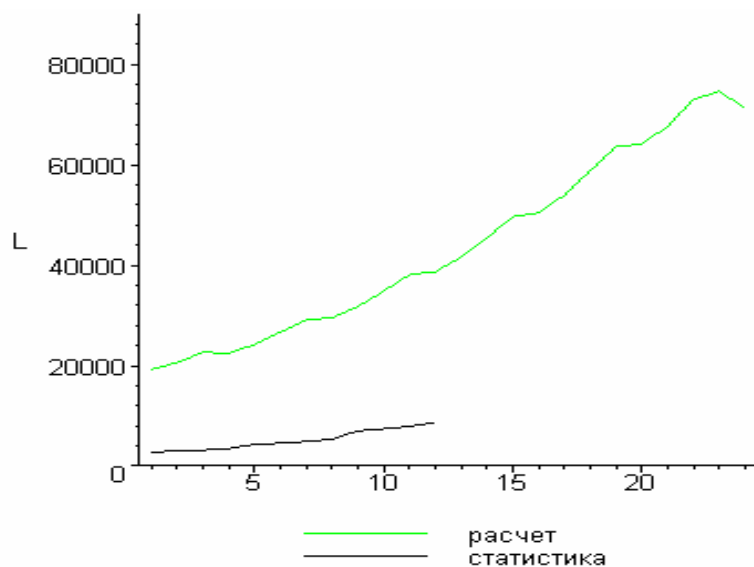


Рис. 4 – Кредиты предприятиям, млн. руб.

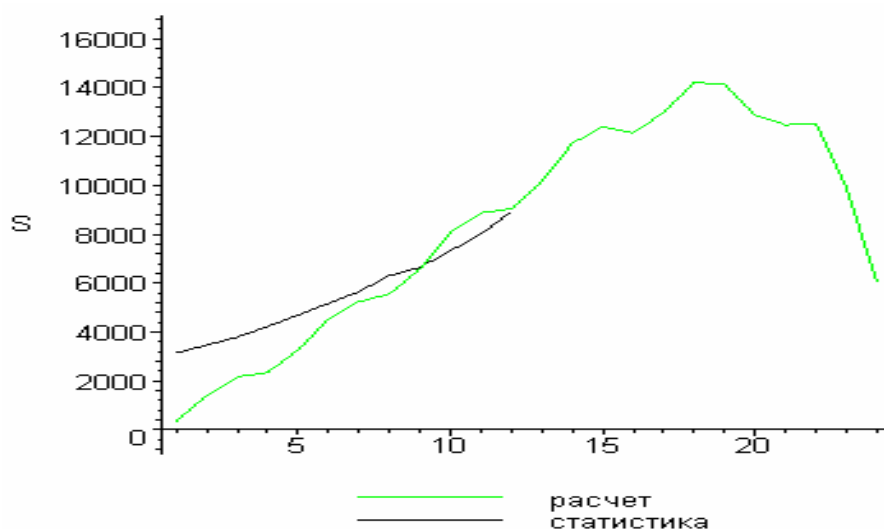


Рис. 5 – Депозиты населения, млн. руб.

Как видно из рис.5, расчетные значения по депозитам в первые шесть кварталов оказались заниженными по сравнению с фактическими значениями. В период с 6 по 12 квартал значения, рассчитанные моделью, достаточно близки к фактическим значениям. Из прогноза видно, что сбережения населения в банках в 2005-2006 гг. будет возрастать, а в 2007 году резко уменьшатся. Видимо, это произойдет из-за возрастающего недоверия к банковской системе у населения, а также малой доходности вкладов в связи с увеличением инфляции.

Сопоставление легальных и нелегальных денег производителя, определенных в результате расчетов модели для 24 кварталов 2002-2007 гг. приведены на рис. 6.

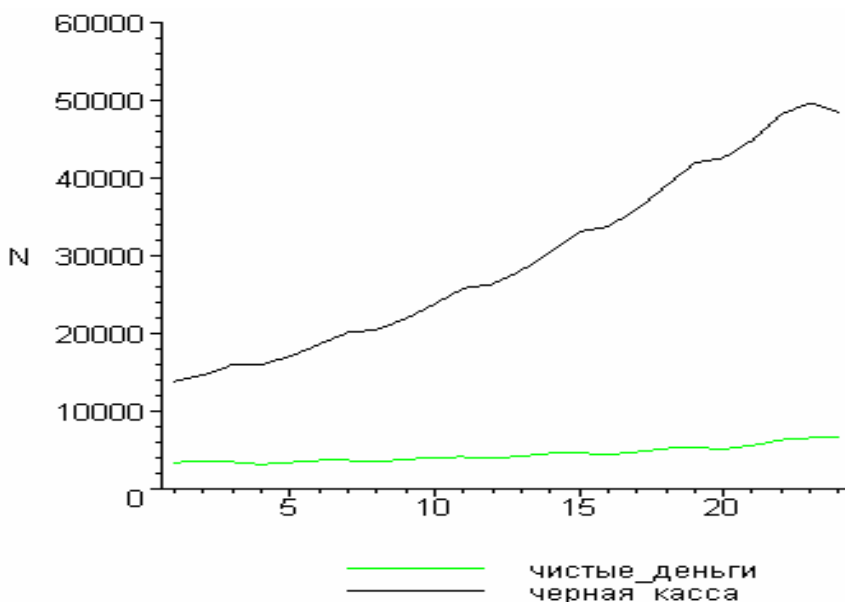


Рис. 6 – Остатки расчетных счетов и запас нелегальных денег у производителей, млн. руб.

Как видно из рис. 6, сумма нелегальной наличности у производителей гораздо больше, чем легальной. Причем с каждым годом «черная касса» стремительно растет, достигает невероятных размеров и лишь к концу 2007 года начинает немного снижаться. Легальная наличность производителей также возрастает, но более медленными темпами.

На рис. 7 представлена доля теневого выпуска в общем выпуске и доля теневой зарплаты в общей зарплате, определенные в результате расчетов модели для 24 кварталов 2002-2007 гг.

Как видно из рис.7, доля теневого выпуска составляет в среднем 21% в общем выпуске продуктов и услуг. Причем эта доля с течением времени незначительно уменьшается. Доля теневой зарплаты в общей зарплате составляет 40% в начале 2002 года и вырастает до 60% к началу 2007 года, а затем к концу 2007 года снижается до уровня 53%.

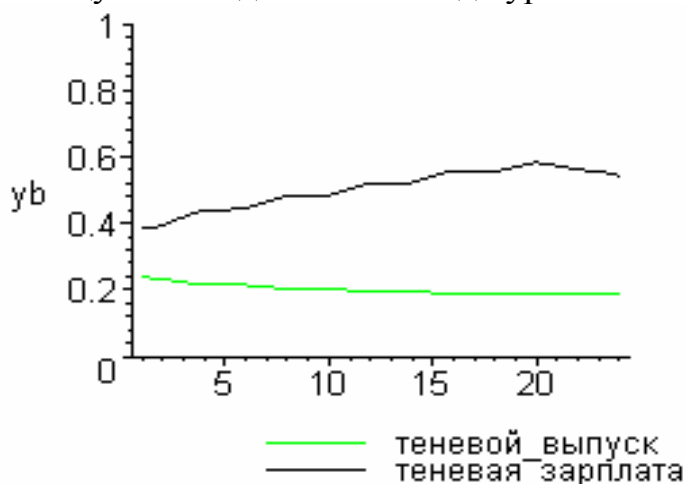


Рис. 7 – Доля теневого выпуска в общем выпуске и доля теневой зарплаты в общей зарплате

Превышение доли теневой зарплаты над долей теневого выпуска можно объяснить следующим образом. Во-первых, зарплата работников сферы торговли почти полностью является теневой. При этом они занимаются перераспределением продуктов, а не их непосредственным производством (продукты же могут быть выпущены легально). Во-вторых, большинство предпринимателей скрывают реальные размеры зарплат своих работников, чтобы уменьшить сумму налоговых выплат с фонда оплаты труда.

2.2 СЦЕНАРИЙ 2

В данном сценарии были выбраны и идентифицированы следующие значения параметров:

- $\varepsilon = 10$ - коэффициент, описывающий частоту проверок и величину штрафов, взимаемых налоговой инспекцией. В нашем случае санкции достаточно жесткие.

- $\iota = 0,033$ - средний темп инфляции за весь рассматриваемый период. В нашем случае инфляция растет в среднем на 3,3% за квартал.

- $\xi_n = 0,1$ - норма резервирования привлеченных средств от расчетных счетов производителей. Значение взято непосредственно из нормативных документов Центрального банка.

- $\xi_s = 0,07$ - норма резервирования привлеченных средств от депозитов населения. Значение взято непосредственно из нормативных документов Центрального банка.

- $\tau_s = 2$ - параметр обращения денег, полученных от легальной зарплаты. В данном сценарии этот параметр в 2 раза больше, чем в сценарии 1.

- $\beta_a = 0,25$ - норма амортизации. В нашем случае основные средства амортизируются в среднем за год.

- $\sigma = 0,15$ - доля кредитов в ВРП. В нашем случае кредиты занимают 15% в общем объеме ВРП.

- $\mu = 0,75$ - коэффициент потребления купленного продукта. В нашем случае 75% купленного продукта потребляется, а остальная часть переходит в запасы.

- $\beta_s = 0,25$ - норма привлечения депозитов. В нашем случае депозиты привлекаются в среднем на 1 год.

- $\delta = 0,3$ - мера риска собственника. Чем меньше δ , тем больше риск собственника не получить планируемый доход. В нашем случае риск выше среднего уровня и в два раза больше, чем в сценарии 1.

- $\beta_k = 0,01$ - норма выдачи кредитов производителю. В нашем случае в процессе идентификации модели срок выдачи кредитов оказался равным 25 годам.

- $\tau_{bl} = 8,5$ - параметр обращения денег, полученных от теневой зарплаты. В результате идентификации модели получилось, что деньги, полученные от теневой зарплаты, обращаются в четыре раз быстрее, чем деньги от легальной зарплаты.

Результаты сопоставления расчетов со статистикой для 12 кварталов 2002-2004 гг. и прогноз на три года вперед (на 12 кварталов) приведены на рис. 8-12.

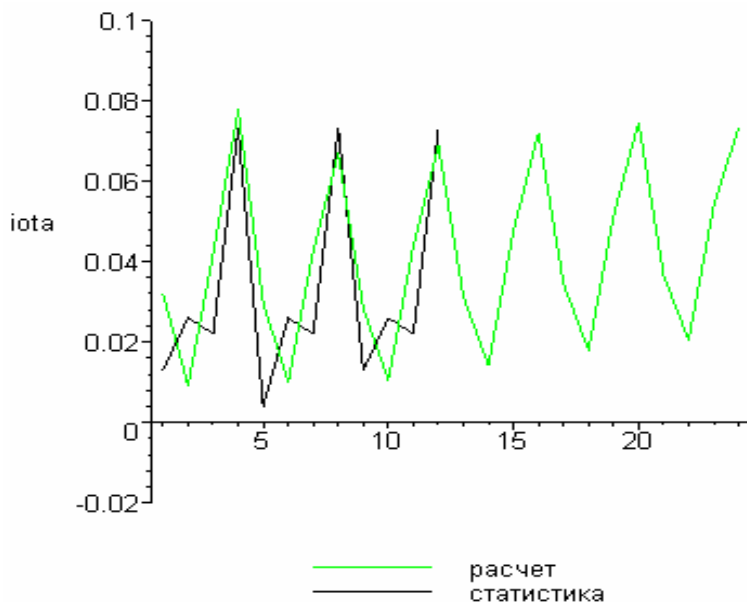


Рис. 8 – Темп инфляции

Как видно из рис.8, инфляция воспроизводится моделью с весьма высокой точностью и адекватно отражает фактические внутригодовые колебания. Из прогноза видно, что темп инфляции в 2005-2007 гг. остается на том же уровне, что и в 2002-2004 гг.

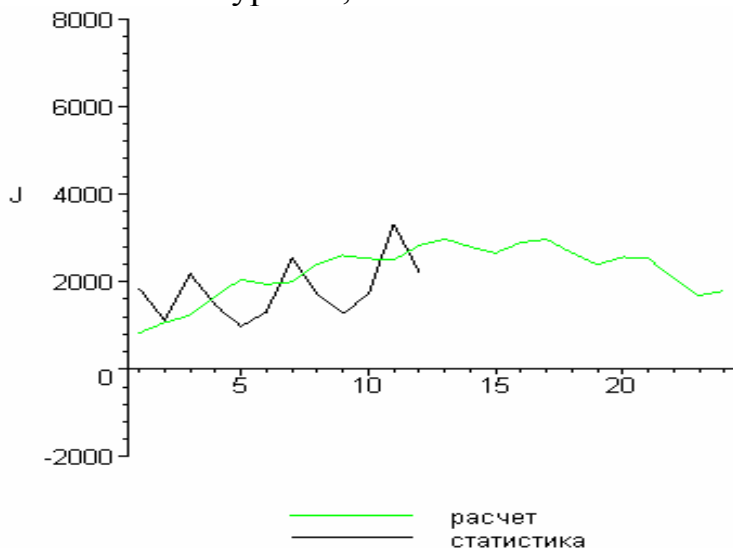


Рис. 9 – Валовое накопление, млн. руб. в реальном выражении в ценах 2002 года

Как видно из рис. 9, значения валового накопления, рассчитанные моделью, близки к фактическим значениям, но являются более

сглаженными. Из прогноза видно, что валовое накопление в 2005-2006 гг. будет находиться на том же уровне, что и в 2004 году, а в 2007 году начнет уменьшаться.

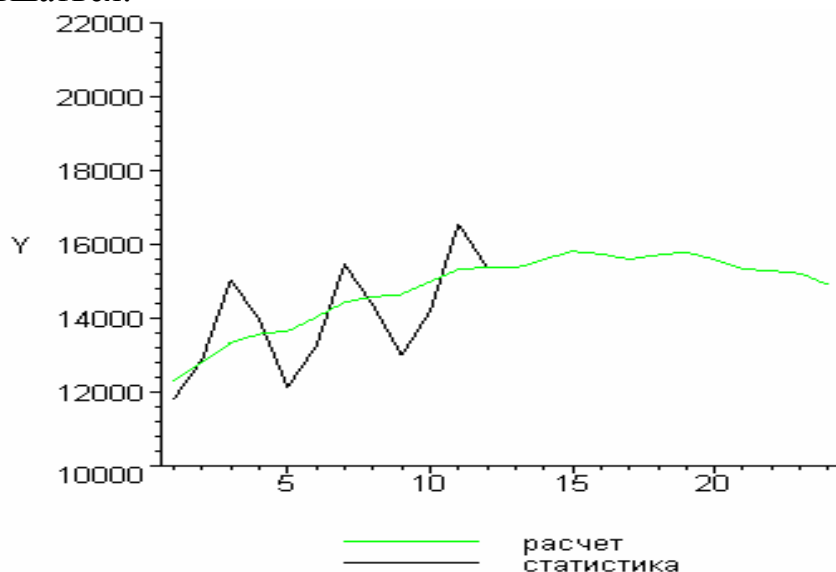


Рис. 10 – ВРП, млн. руб. в реальном выражении в ценах 2002 года

Как видно из рис.10, значения ВРП, рассчитанные моделью, близки к значениям, взятым из статистики. Но при этом они не отражают колебаний в пределах года, а выглядят как сглаженные значения фактического ВРП. Из прогноза видно, что ВРП в 2005-2006 гг. незначительно возрастет по сравнению с 2004 годом, а в 2007 году начнет уменьшаться. Заметим, что тенденция развития валового накопления и ВРП практически одинакова.

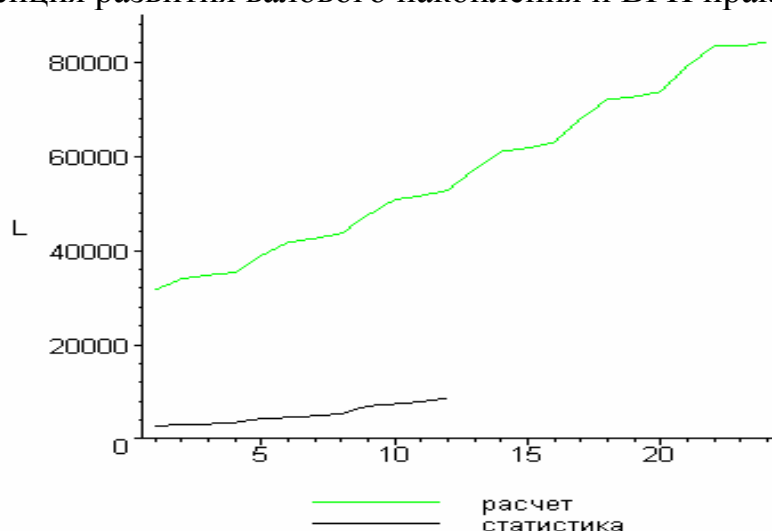


Рис. 11 – Кредиты предприятиям, млн. руб.

Как видно из рис.11, расчетные значения по кредитам оказались очень сильно завышенными по сравнению с фактическими значениями. Это произошло вследствие того, что в процессе идентификации модели средний срок выдачи кредитов производителям оказался равным 25 годам, а такое немисливо в реальной экономике.

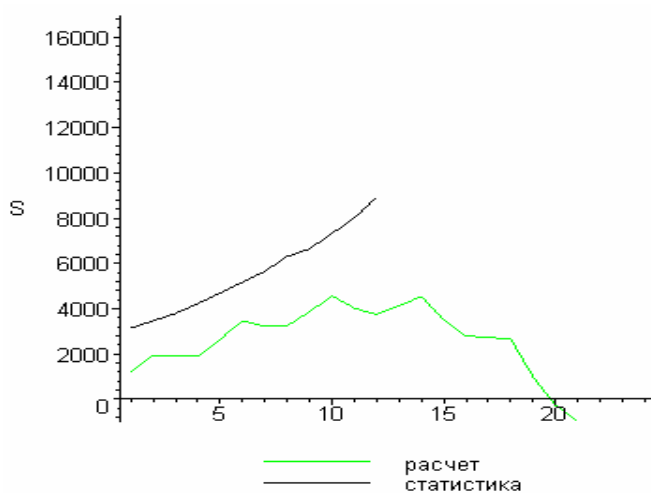


Рис. 12 – Депозиты населения, млн. руб.

Как видно из рис.12, расчетные значения по депозитам оказались заниженными по сравнению с фактическими значениями. Из прогноза видно, что сбережения населения в банках в 2005-2006 гг. будет резко снижаться и к началу 2007 года сбережений не останется совсем.

Сопоставление легальных и нелегальных денег производителя, определенных в результате расчетов модели для 24 кварталов 2002-2007 гг. приведены на рис. 13.

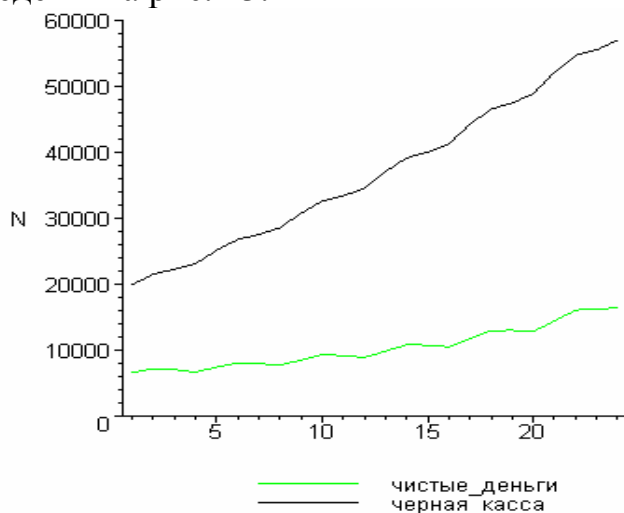


Рис. 13 – Остатки расчетных счетов и запас нелегальных денег у производителей, млн. руб.

Как видно из рис. 13, сумма нелегальной наличности у производителей гораздо больше, чем легальной. Причем с каждым годом «черная касса» стремительно растет и достигает огромных размеров. Легальная наличность производителей также возрастает со временем, но не такими быстрыми темпами.

На рис. 14 представлена доля теневого выпуска в общем выпуске и доля теневой зарплаты в общей зарплате, определенные в результате расчетов модели для 24 кварталов 2002-2007 гг.

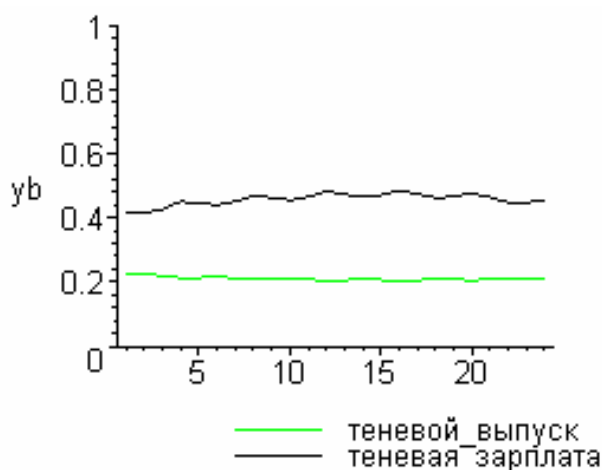


Рис. 14 – Доля теневого выпуска в общем выпуске и доля теневой зарплаты в общей зарплате

Как видно из рис. 14, доля теневого выпуска составляет в среднем 20% в общем выпуске. Причем эта доля остается практически неизменной на протяжении всего периода расчета. Доля теневой зарплаты в общей зарплате варьируется от 40% до 50%.

2.3 СЦЕНАРИЙ 3

В данном сценарии были выбраны и идентифицированы следующие значения параметров:

- $\varepsilon = 10$ - коэффициент, описывающий частоту проверок и величину штрафов, взимаемых налоговой инспекцией. В нашем случае санкции достаточно жесткие.
- $i1 = 0,033$ - средний темп инфляции за весь рассматриваемый период. В нашем случае инфляция растет в среднем на 3,3% за квартал.
- $\xi_n = 0,15$ - норма резервирования привлеченных средств от расчетных счетов производителей. В данном сценарии норма резервирования была увеличена в 1,5 раза по сравнению с предыдущими сценариями.
- $\xi_s = 0,1$ - норма резервирования привлеченных средств от депозитов населения. Значение также было изменено в большую сторону.
- $\tau_s = 3$ - параметр обращения денег, полученных от легальной зарплаты. В данном сценарии этот параметр в 3 раза больше, чем в сценарии 1.
- $\beta_a = 0,5$ - норма амортизации. В нашем случае основные средства амортизируются в среднем за полгода.
- $\sigma = 0,15$ - доля кредитов в ВРП. В нашем случае кредиты занимают 15% в общем объеме ВРП.

- $\mu = 0,7$ - коэффициент потребления купленного продукта. В нашем случае 70% купленного продукта потребляется, а остальная часть переходит в запасы.

- $\beta_s = 0,5$ - норма привлечения депозитов. В нашем случае депозиты привлекаются в среднем на полгода.

- $\delta = 0,7$ - мера риска собственника. Чем меньше δ , тем больше риск собственника не получить планируемый доход. В нашем случае риск ниже среднего уровня и самый низкий из всех приведенных сценариев.

- $\beta_k = 0,22$ - норма выдачи кредитов производителю. В нашем случае в процессе идентификации модели срок выдачи кредитов оказался равным чуть больше одного года, что гораздо меньше, чем в предыдущих сценариях.

- $\tau_{bl} = 0,23$ - параметр обращения денег, полученных от теневой зарплаты. В результате идентификации модели получилось, что деньги, полученные от теневой зарплаты, обращаются гораздо медленнее, чем от легальной зарплаты.

Результаты сопоставления расчетов со статистикой для 12 кварталов 2002-2004 гг. и прогноз на три года вперед (на 12 кварталов) приведены на рис. 15-19.

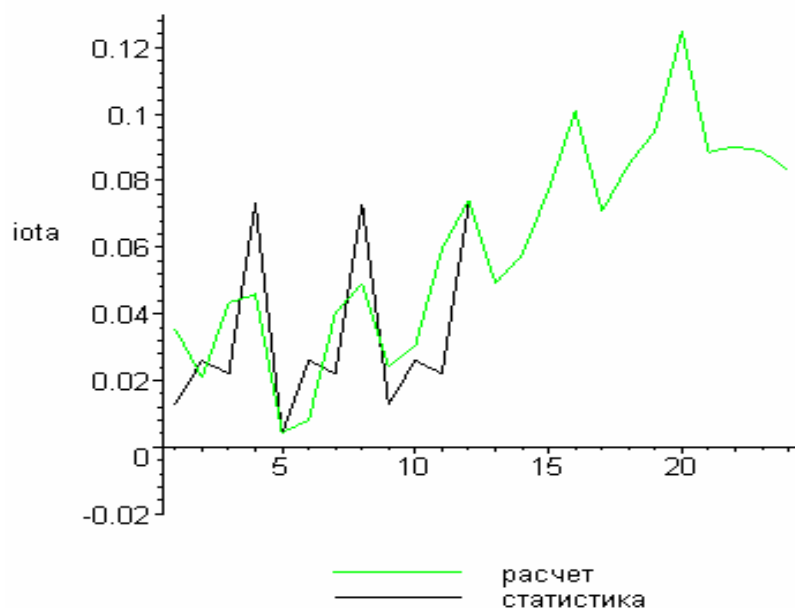


Рис. 15 – Темп инфляции

Как видно из рис.15, инфляция воспроизводится моделью достаточно точно. Из прогноза видно, что темп инфляции в 2005-2006 гг. резко возрастет и будет составлять 12% в 20-м квартале (конец 2006 года), а в 2007 году начнет уменьшаться.

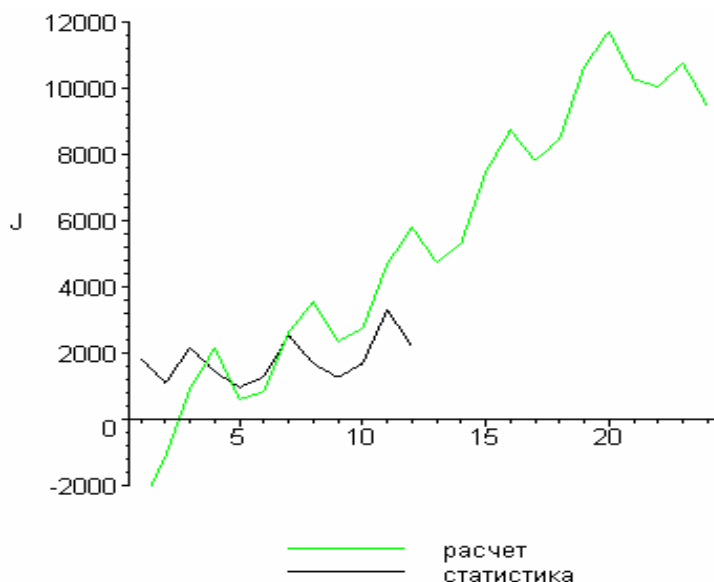


Рис. 16 – Валовое накопление, млн. руб. в реальном выражении в ценах 2002 года

Как видно из рис.16, значения валового накопления, рассчитанные моделью, немного не совпадают с фактическими данными (темп роста расчетных значений выше, чем фактических). Из прогноза видно, что валовое накопление в 2005-2006 гг. резко возрастает, а в 2007 году начинается спад реальных инвестиций.

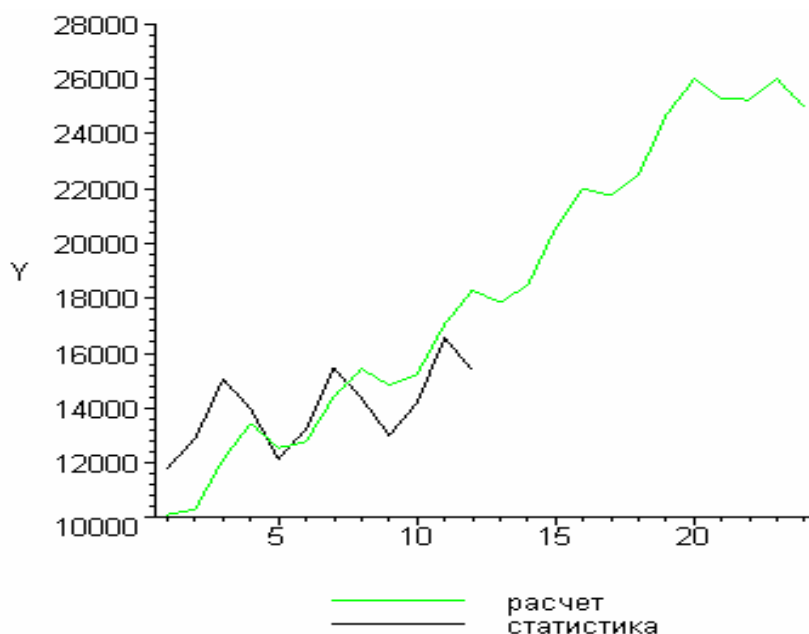


Рис. 17 – ВРП, млн. руб. в реальном выражении в ценах 2002 года

Как видно из рис.17, значения ВРП, рассчитанные моделью, не совсем точно отражают фактические значения (темп роста расчетных значений ВРП выше, чем фактических). Из прогноза видно, что ВРП в 2005-2006 гг. резко возрастет на протяжении всего периода, а в 2007 году остается на том же уровне, что и в 2006 году.

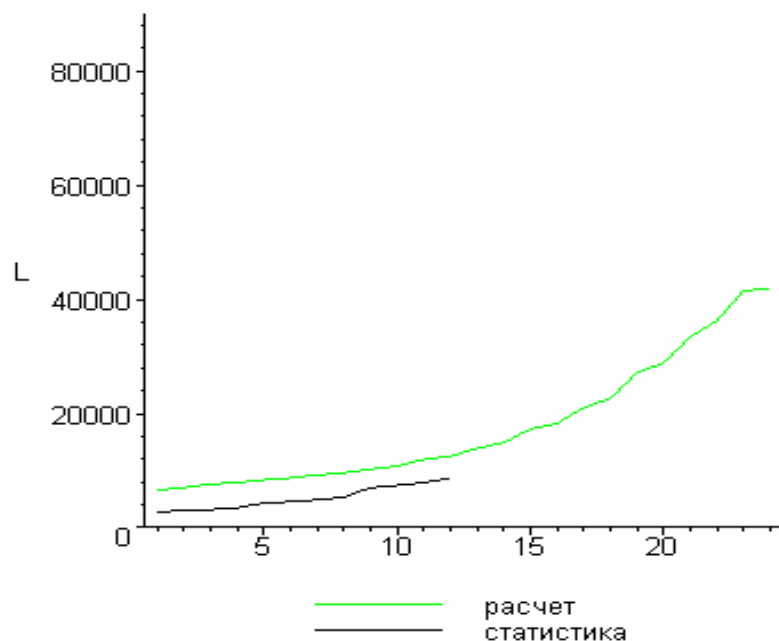


Рис. 18 – Кредиты предприятиям, млн. руб.

Как видно из рис.18, расчетные значения по кредитам выше фактических значений, но не намного по сравнению с предыдущими сценариями. Это можно объяснить тем, что средний срок выдачи кредитов производителям составил чуть больше года, что близко к реальной действительности. Совпадает также тенденция к возрастанию кредитов с течением времени, причем темп роста фактических и расчетных значений примерно одинаков.

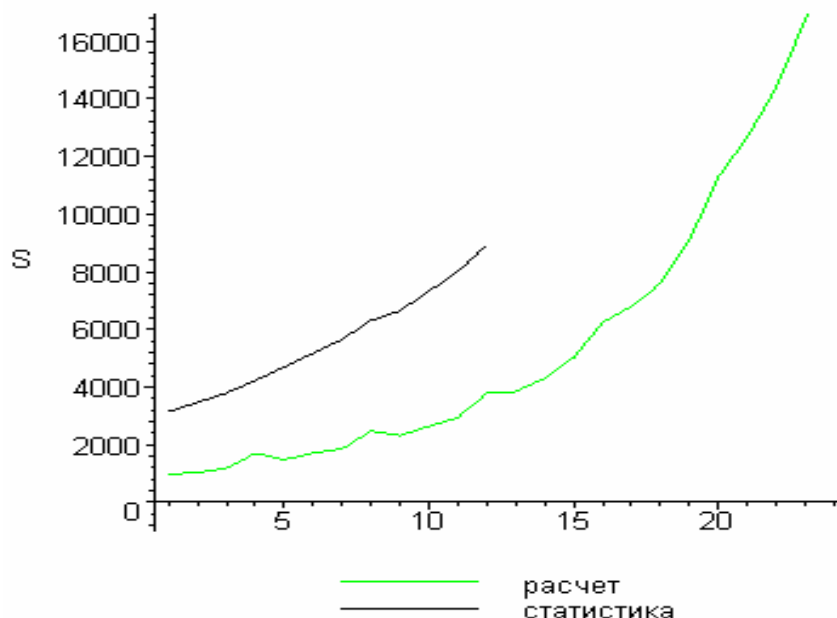


Рис. 19 – Депозиты населения, млн. руб.

Как видно из рис.19, расчетные значения по депозитам оказались заниженными по сравнению с фактическими значениями, но тенденция к возрастанию депозитов отражается верно. Из прогноза видно, что

сбережения населения в банках в 2005-2007 будут неуклонно увеличиваться.

Сопоставление легальных и нелегальных денег производителя, определенных в результате расчетов модели для 24 кварталов 2002-2007 гг. приведены на рис. 20.

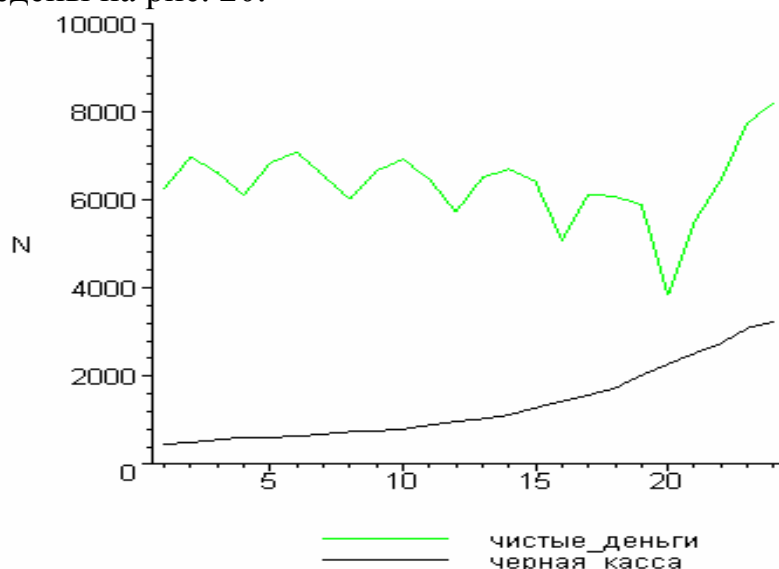


Рис. 20 – Остатки расчетных счетов и запас нелегальных денег у производителей, млн. руб.

Как видно из рис. 20, в данном сценарии произошло сильное изменение графика по сравнению с предыдущими сценариями: сумма нелегальной наличности у производителей стала меньше, чем легальной. С 2002 по 2005 год «черная касса» немного увеличивается, а с 2006 по 2007 год растет более быстрыми темпами. Легальная наличность производителей в 2002-2006 гг. постепенно уменьшается, а в 2007 году начинает резко возрастать и увеличивается за год более чем на 4000 млн. руб.

На рис. 21 представлена доля теневого выпуска и доля теневой зарплаты, определенные в результате расчетов модели для 24 кварталов 2002-2007 гг.

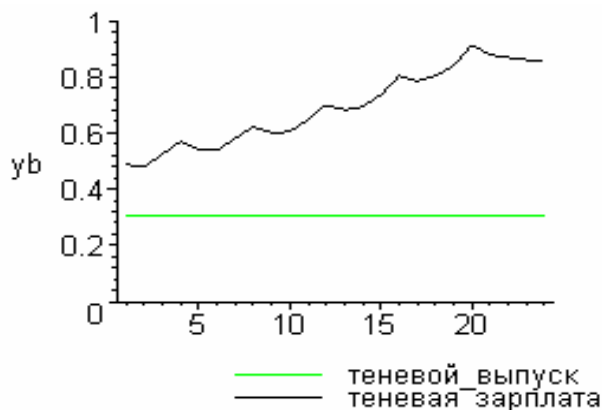


Рис. 21 – Доля теневого выпуска в общем выпуске и доля теневой зарплаты в общей зарплате

Как видно из рис. 21, доля теневого выпуска составляет в среднем 33% в общем выпуске продуктов и услуг. Причем эта доля практически не изменяется на протяжении всего периода моделирования. Доля теневой зарплаты ведет себя иначе. В начале 2002 года она составляет 50% в общей зарплате и с каждым последующим годом неуклонно возрастает. В начале 2007 года доля теневой зарплаты составляет уже 90%, но затем к концу 2007 года снижается до 80%. При данном сценарии почти вся зарплата в итоге становится теневой.

2.4 СЦЕНАРИЙ 4

В данном сценарии были выбраны и идентифицированы следующие значения параметров:

- $\varepsilon = 10$ - коэффициент, описывающий частоту проверок и величину штрафов налоговой инспекцией. В нашем случае санкции достаточно жесткие.

- $\iota = 0,045$ - средний темп инфляции за весь рассматриваемый период. В нашем случае инфляция растет в среднем на 4,5% за квартал.

- $\xi_n = 0,12$ - норма резервирования привлеченных средств от расчетных счетов производителей. Значение немного преувеличено, чем в нормативных документах.

- $\xi_s = 0,08$ - норма резервирования привлеченных средств от депозитов населения. Значение немного преувеличено, чем в нормативных документах.

- $\tau_s = 2$ - параметр обращения денег, полученных от легальной зарплаты. В данном сценарии этот параметр в 2 раза больше, чем в сценарии 1.

- $\beta_a = 0,7$ - норма амортизации. В нашем случае основные средства амортизируются в среднем за четыре месяца.

- $\sigma = 0,15$ - доля кредитов в ВРП. В нашем случае кредиты занимают 15% в общем объеме ВРП.

- $\mu = 0,6$ - коэффициент потребления купленного продукта. В нашем случае 60% купленного продукта потребляется, а остальная часть переходит в запасы.

- $\beta_s = 0,8$ - норма привлечения депозитов. В нашем случае депозиты привлекаются в среднем на 1,25 квартала.

- $\delta = 0,5$ - мера риска собственника. Чем меньше δ , тем больше риск собственника не получить планируемый доход. В нашем случае риск находится на среднем уровне.

- $\beta_k = 0,19$ - норма выдачи кредитов производителю. В нашем случае в процессе идентификации модели срок выдачи кредитов оказался равным примерно 5 кварталам.

- $\tau_{bl} = 0,3$ - параметр обращения денег, полученных от теневой зарплаты. В результате идентификации модели получилось, что деньги, полученные от теневой зарплаты, обращаются гораздо медленнее, чем от легальной зарплаты.

Результаты сопоставления расчетов со статистикой для 12 кварталов 2002-2004 гг. и прогноз на три года вперед (на 12 кварталов) приведены на рис. 22-26.

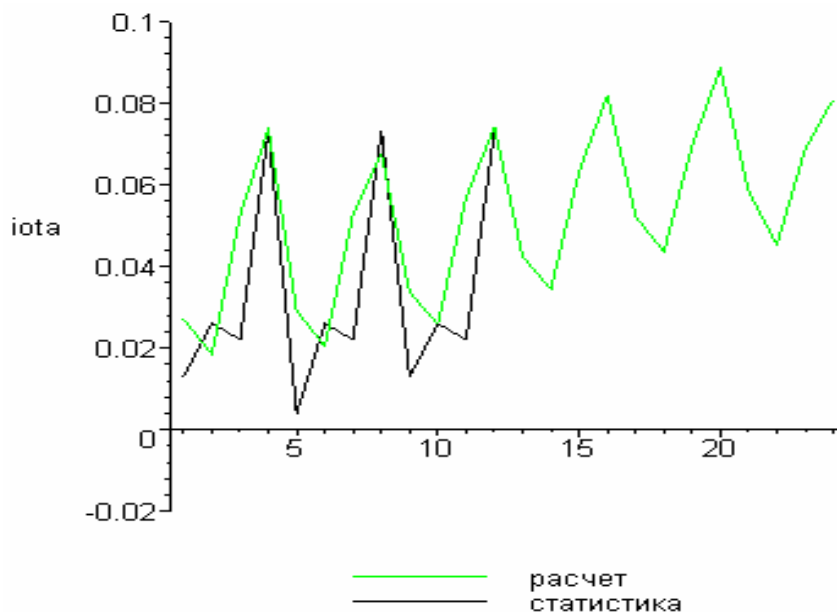


Рис. 22 – Темп инфляции

Как видно из рис.22, инфляция воспроизводится моделью достаточно точно. Из прогноза видно, что темп инфляции в 2005-2006 гг. в среднем возрастает, а в 2007 году немного уменьшается.

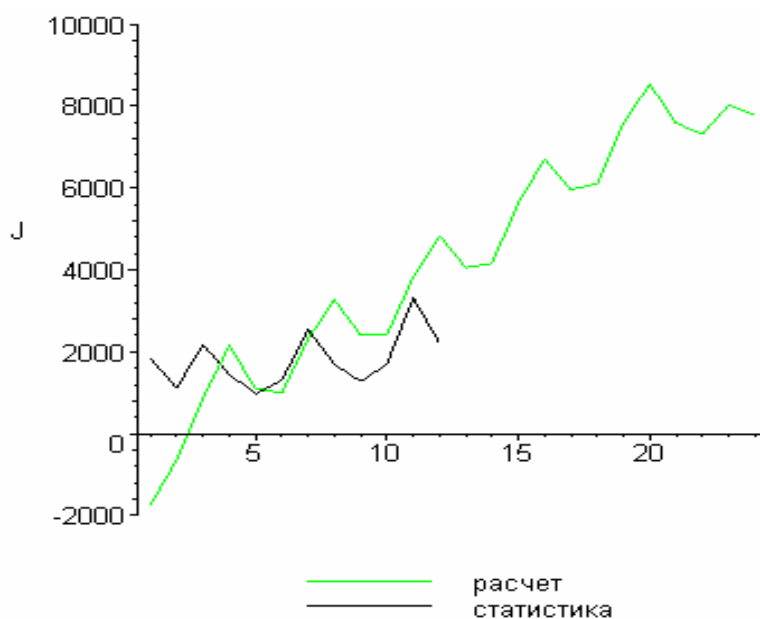


Рис. 23 – Валовое накопление, млн. руб. в реальном выражении в ценах 2002 года

Как видно из рис.23, значения валового накопления, рассчитанные моделью, близки к статистическим значениям, но темп роста инвестиций для расчетных значений выше, чем для фактических данных. Зато колебания описываются достаточно точно. Из прогноза видно, что валовое накопление в 2005-2006 гг. резко возрастает, а в 2007 останавливается в росте и остается на уровне 2006 года.

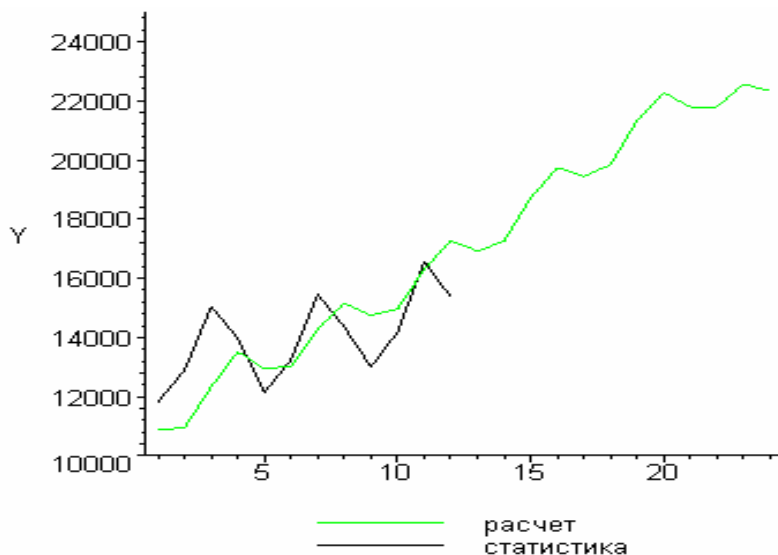


Рис. 24 – ВРП, млн. руб. в реальном выражении в ценах 2002 года

Как видно из рис.24, значения ВРП, рассчитанные моделью, близки к статистическим значениям. Внутригодовые колебания описываются достаточно точно, но являются более сглаженными. Из прогноза видно, что валовое накопление в 2005-2007 гг. постоянно возрастает, и с 12000 млн. руб. в первом квартале 2002 года достигает 22000 млн. руб. в четвертом квартале 2007 года.

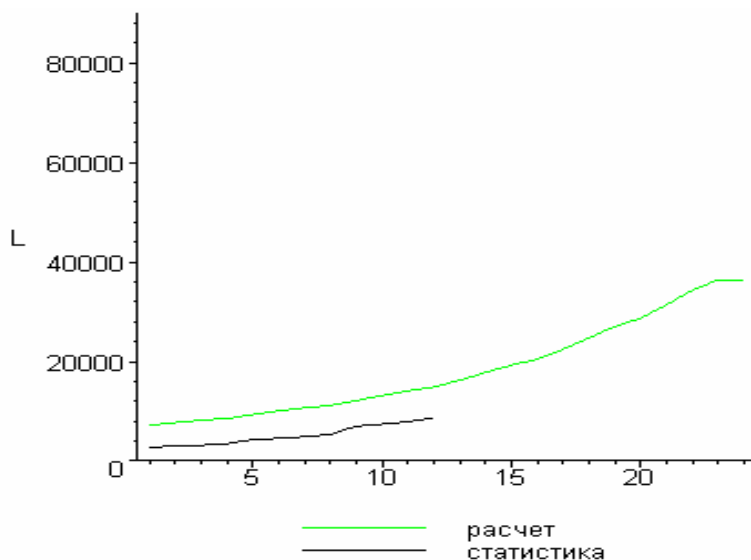


Рис. 25 – Кредиты предприятиям, млн. руб.

Как видно из рис.25, расчетные значения по кредитам выше фактических значений, но не намного и достаточно близки к расчетным значениям в третьем сценарии. Совпадает также тенденция к возрастанию кредитов с течением времени, причем темп роста фактических и расчетных значений примерно одинаков.

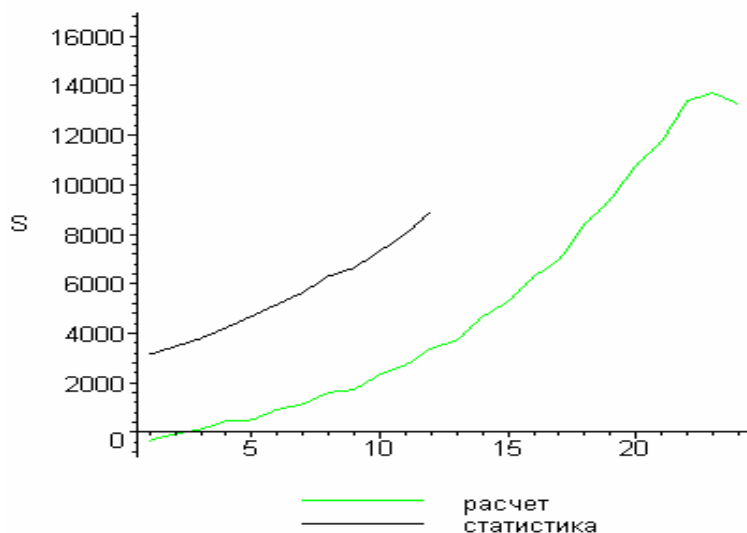


Рис. 26 – Депозиты населения, млн. руб.

Как видно из рис.26, расчетные значения по депозитам оказались заниженными по сравнению с фактическими значениями, но тенденция к возрастанию депозитов отражается верно. Из прогноза видно, что сбережения населения в банках в 2005-2007 будут увеличиваться и лишь к концу 2007 года немного снизятся.

Сопоставление легальных и нелегальных денег производителя, определенных в результате расчетов модели для 24 кварталов 2002-2007 гг. приведены на рис. 27.

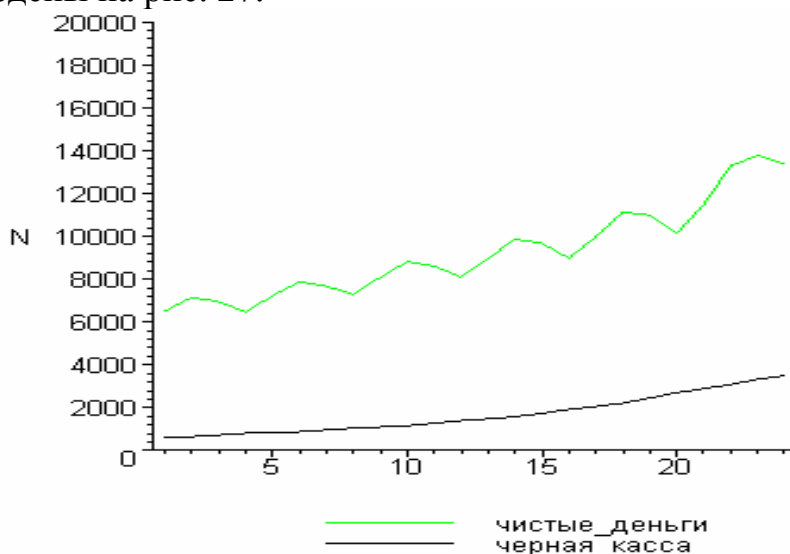


Рис. 27 – Остатки расчетных счетов и запас нелегальных денег у производителей, млн. руб.

Как видно из рис. 27, в данном сценарии сумма нелегальной наличности у производителей намного меньше, чем легальной. С 2002 по 2007 год «черная касса» увеличивается, но незначительными темпами. Легальная наличность производителей в 2002-2007 гг. постепенно возрастает и в 2007 году достигает уровня 14000 млн. руб.

На рис. 28 представлена доля теневого выпуска в общем выпуске и доля теневой зарплаты в общей зарплате, определенные в результате расчетов модели для 24 кварталов 2002-2007 гг.

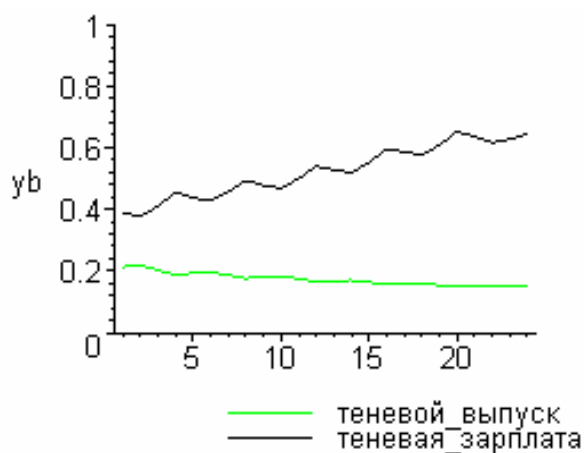


Рис. 28 – Доля теневого выпуска в общем выпуске и доля теневой зарплаты в общей зарплате

Как видно из рис. 28, доля теневого выпуска составляет в среднем 18% в общем выпуске продуктов и услуг. Причем эта доля постепенно убывает на протяжении всего периода моделирования. Доля теневой зарплаты ведет себя иначе. В начале 2002 года она составляет 40% в общей зарплате и с каждым последующим годом неуклонно возрастает. В 2007 году доля теневой зарплаты составляет 65%.

2.5 СРАВНЕНИЕ СЦЕНАРИЕВ РАЗВИТИЯ ОБЛАСТИ

Во всех сценариях наблюдаются достаточно весомые доли теневой зарплаты и теневого выпуска (доли теневого оборота). Следовательно, теневая экономика играет существенную роль в экономике Кировской области.

Прогноз изменения валового регионального продукта в последних двух сценариях более оптимистичен: наблюдается отчетливая тенденция роста.

Расчетные значения суммы кредитов предприятиям в 3 и 4 сценариях более адекватно описывают фактические данные. При этом прогнозные значения в данных сценариях выглядят более достоверными в отличие от прогноза первых двух сценариев.

Тенденция роста суммы сбережений населения, полученная в результате применения последних двух сценариев, благоприятно скажется

на функционировании банковской системы. Снижение депозитов в первом сценарии отрицательно скажется на потенциале области. Результаты, показанные вторым сценарием (снижения суммы депозитов до отрицательного значения) явно неадекватны.

Первый и второй сценарии развития области показывают значительное превышение нелегальной наличности над легальной, что отрицательно скажется на экономическом потенциале области. Причем объемы нелегальной наличности доходят до 50000 млн. руб., в то время как ВРП находится в среднем на уровне 17000 млн. руб. за квартал. Такое соотношение показателей явно нереально. Таким образом, применение первого и второго сценария нецелесообразно.

Третий и четвертый сценарии дают более оптимистичные оценки: уровень легальной наличности выше уровня нелегальной. При этом четвертый сценарий прогнозирует устойчивый монотонный рост легальной наличности. Рост легальной наличности приводит к увеличению налоговых поступлений в бюджеты всех уровней и благоприятно сказывается на потенциале области. Поэтому четвертый сценарий развития является более предпочтительным.

Четвертый сценарий развития прогнозирует постепенное уменьшение доли теневого выпуска продукции, в то время как в третьем сценарии эта доля находится на одном и том же уровне. Среднее значение доли теневого выпуска, полученное в четвертом сценарии, значительно ниже значения третьего сценария.

Прогнозируемая в третьем сценарии доля теневой зарплаты доходит до уровня 90%, в то время как в четвертом сценарии эта доля не превышает 65%. Более низкий уровень теневой зарплаты повышает экономический потенциал области.

После анализа основных показателей всех четырех сценариев, можно выделить четвертый сценарий развития как наиболее благоприятный для увеличения экономического потенциала Кировской области. Таким образом, параметры модели четвертого сценария являются наиболее оптимальными и их можно рекомендовать к использованию при принятии управленческих решений.

Одной из существенных особенностей данной работы для использования ее как модели, описывающей развитие региона, является построение производственной функции для Кировской области (вместо производственной функции, построенной для страны в целом в базовой модели).

В целом имитационная модель предназначена для аналитических и прогнозных расчетов. Система производит расчет при заданных значениях входных данных и настроечных параметров, идентифицирует оставшиеся параметры и выдает значения выходных переменных и их графики в сравнении с исходными данными.

Расчет модели велся с шагом 1 квартал и производился на 24 квартала, из них первые 12 кварталов – 2002-2004 гг. (данные, которые

можно сравнить со статистикой), вторые 12 кварталов – 2005-2007 гг. (прогнозные значения).

Изменяя значения параметров модели, можно обыгрывать различные сценарии развития экономики Кировской области и оценивать ее экономический потенциал в каждом частном случае. В работе было рассмотрено четыре различных сценария поведения области. В каждом сценарии производился прогноз основных показателей развития области.

Во всех сценариях наблюдаются достаточно весомые доли теневой зарплаты и теневого выпуска (доли теневого оборота). Следовательно, теневая экономика играет существенную роль в экономике Кировской области. Можно выделить ряд основных причин роста теневой экономики, с которыми нужно бороться [4]:

- 1) Высокий уровень налогообложения.
- 2) Экономическая нестабильность, кризисное состояние экономики.
- 3) Несовершенство организационно – правового регулирования.
- 4) Неблагоприятный социальный фон.

В результате анализа четырех сценариев по основным показателям, можно выделить четвертый сценарий развития как наиболее благоприятный для увеличения экономического потенциала Кировской области.

Таким образом, параметры модели четвертого сценария являются наиболее оптимальными и их можно рекомендовать к использованию при принятии управленческих решений и формировании стратегических целей социально-экономического развития Кировской области.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейлор, Т. Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем / Т. Нейлор, Дж. Ботон, Д. Бердак // М.: Мир, 1975.
2. Ризниченко, Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. Часть 1 / Г.Ю. Ризниченко // Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2002.
3. Петров, А.А. Опыт математического моделирования экономики / А.А. Петров, И.Г. Поспелов, А.А. Шананин // М.: Энергоатомиздат, 1996.
4. Поспелов, И.Г. Моделирование экономических структур. Математическое моделирование. Вып. 6. / И.Г. Поспелов // М.: Фазис-ВЦ РАН, 2003.
5. Поспелов, И.Г. Модели экономической динамики, основанные на равновесии прогнозов экономических агентов / И.Г. Поспелов // М.: Фазис-ВЦ РАН, 2003.
6. Завриев, Н.К. Уроки эксплуатации системы ЭКОМОД и новые перспективы/ Н.К. Завриев, И.Г. Поспелов, Л.Я. Поспелова // М.: ФАЗИС – ВЦ РАН, 2004

7. Лутманов, С.В. Курс лекций по методам оптимизации / С.В. Лутманов // Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2001.
8. Малинво, Э. Лекции по макроэкономическому анализу / Э. Малинво // М.: Наука, 1973.
9. Форрестер, Дж. Основы кибернетики предприятия / Дж. Форрестер // М.: Наука, 1971.
10. Социально-экономическое положение Кировской области в январе-декабре 2002 года: Доклад. – Киров: Кировский обл. комитет гос. статистики, 2003.
11. Социально-экономическое положение Кировской области в январе-декабре 2003 года: Доклад. – Киров: Кировский обл. комитет гос. статистики, 2004.
12. Социально-экономическое положение Кировской области в январе-декабре 2003 года: Доклад. – Киров: Тер. Орган Федеральной службы гос. статистики по Киров. обл., 2005.
13. Кировская область в 2004 году: Стат. ежегодник в 3-х частях. Ч.2: Экономика. – Киров: Тер. Орган Федеральной службы гос. статистики по Киров. обл., 2005.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1 – ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ БАНКА

В результате решения задачи оптимального управления для банка мы получаем систему соотношений, описывающую поведение банка. Она состоит из двух частей. Первая часть - это 12 простых выражений (VSP):

$$Z(t) = Ub_b(t) \theta$$

$$NdN(t) = \frac{d}{dt} N(t)$$

$$Tax(t) = nv (r_l(t) L(t) - r_s(t) S(t)) + np (r_l(t) L(t) - r_s(t) S(t)) + nd Z(t)$$

$$Tes(t) = 0$$

$$Tin(t) = nd Z(t)$$

$$Tpr(t) = np (r_l(t) L(t) - r_s(t) S(t))$$

$$Tva(t) = nv (r_l(t) L(t) - r_s(t) S(t))$$

$$KdN(t) = NdN(t)$$

$$rS(t) = r_s(t) S(t)$$

$$KdS(t) = SdS(t)$$

$$rL(t) = r_l(t) L(t)$$

$$KdL(t) = LdL(t)$$

Вторая часть описания агента - это система соотношений, определяющая прямые переменные (URA):

$$\{0 < \rho(t)\}$$

$$\begin{aligned}
& [-\psi_3(t) - 1] [SdS(t) + \beta_s S(t)] \\
& [-\psi_1(t) + 1] [LdL(t) + \beta_k L(t)] \\
& 0 = \Omega(T) - \Omega(t\theta) e^{(\gamma(T-t\theta))} \\
& 0 = K(t) - \zeta_n N(t) - \zeta_s S(t) \\
& 0 = NJ_n(t) - N(t) \\
& \frac{d}{dt} L(t) = LdL(t) \\
& \frac{d}{dt} S(t) = SdS(t) \\
& \frac{d}{dt} K(t) = SdS(t) - Ub_b(t) \theta - LdL(t) + \left(\frac{d}{dt} N(t) \right) - nd Ub_b(t) \theta \\
& \quad + r_s(t) (nv - 1 + np) S(t) - r_l(t) (nv - 1 + np) L(t) \\
& \frac{d}{dt} \psi_3(t) = (\beta_s + \rho(t)) \psi_3(t) + \beta_s + r_s(t) + \rho(t) \zeta_s - np r_s(t) - nv r_s(t) \\
& \frac{d}{dt} \psi_1(t) = (\rho(t) + \beta_k) \psi_1(t) + nv r_l(t) + np r_l(t) - r_l(t) - \beta_k \\
& \Omega(t) = \psi_3(t) S(t) - N(t) + K(t) + \psi_1(t) L(t) \\
& PP(t) = Ub_b(t) \theta \\
& v(t) = nd + 1 \\
& f(t) = -NJ_n(t) \rho(t) (\zeta_n - 1)
\end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2 – ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЯ

В результате решения задачи оптимального управления мы получаем систему соотношений, описывающую поведение производителя.

Первая часть - это 18 простых выражений (VSP):

$$\begin{aligned}
s_r(t) &= - \frac{P(t) Y(t) p_y(t) (nv - 1)}{R(t)} \\
pJ(t) &= p_y(t) J(t) \\
KdN(t) &= \frac{d}{dt} N(t) \\
rL(t) &= r_l(t) L(t) \\
LdL(t) &= KdL(t) \\
NdN(t) &= \frac{d}{dt} N(t) \\
ZB(t) &= ((ky - kr + nv kr) P(t) + ay - ar + nv ar) Y(t) p_y(t) - \left(\frac{d}{dt} NaI(t) \right) \\
ZW(t) &= Z(t) - ZB(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Tax}(t) &= -np s_r(t) R(t) nd - np s_r(t) R(t) ns + nd ZW(t) + ns s_r(t) R(t) \\
&\quad + nd s_r(t) R(t) + np nv rL(t) - nv rL(t) - np rL(t) - np s_r(t) R(t) + ((-nv ky \\
&\quad + np kr - ns kr + np nv ky + np nd kr + nd nv kr - nd kr - np nv nd kr - np ns nv kr \\
&\quad + np ns kr - np nv kr - ky np + ns nv kr) P(t) - nd ar - np ns nv ar + np \\
&\quad + nd nv ar + np nv ay + np nd ar - np nv ar - np ay - np nv + nv - nv ay \\
&\quad - np nv nd ar + np ar + ns nv ar + np ns ar - ns ar) Y(t) p_y(t) \\
&\quad + \beta_a (-nv + np nv - np) FC(t) \\
\text{Tin}(t) &= \\
&\quad nd ZW(t) + nd s_r(t) R(t) + (nd nv ar - nd ar + nd kr (nv - 1) P(t)) Y(t) p_y(t) \\
\text{Tes}(t) &= ns s_r(t) R(t) + (-ns ar + ns nv ar + ns kr (nv - 1) P(t)) Y(t) p_y(t) \\
\text{Tpr}(t) &= -np rL(t) - np s_r(t) R(t) - np s_r(t) R(t) nd - np s_r(t) R(t) ns + np nv rL(t) \\
&\quad + (np ns ar + np nv ay - np ay + np ar - np nv ar + np - np ns nv ar - np nv \\
&\quad + np nd ar - np nv nd ar - np (nv - 1) (-ky + ns kr + nd kr + kr) P(t)) Y(t) p_y(t) \\
&\quad + np \beta_a (nv - 1) FC(t) \\
\text{Tva}(t) &= -nv rL(t) + (-ky P(t) nv - nv ay + nv) Y(t) p_y(t) - nv \beta_a FC(t) \\
pYW(t) &= (1 - ky P(t) - ay) Y(t) p_y(t) \\
pYB(t) &= p_y(t) (ky P(t) + ay) Y(t) \\
sRB(t) &= (-nv ar + ar - kr (nv - 1) P(t)) Y(t) p_y(t) \\
sRW(t) &= s_r(t) R(t) + (nv ar - ar + kr (nv - 1) P(t)) Y(t) p_y(t) \\
Z(t) &= Ub_p(t) \theta
\end{aligned}$$

Вторая часть - это система соотношений, определяющая прямые переменные производителя (URA):

$$\begin{aligned}
&\{0 \leq \rho(t)\} \\
&[-1 - \psi_4(t)] [KdL(t) + \beta_k L(t)] \\
0 &= -\Omega(t\theta) e^{(\gamma(T-t\theta))} + \Omega(T) \\
an &= 1 - np nd ar + np nv ar + np nv nd ar - np + np nv + np ns nv ar - nv + np ay \\
&\quad - np nv ay - np ar - ns nv ar - np ns ar + nd ay + nv ay + ns ar \\
kn &= 1 - np nv nd kr + ns + ns nv kr - np ns nv kr - ky np - np nv kr + np nv ky \\
&\quad + np nd kr + np ns kr + nd - ns kr - nd ky + np kr - np ns - ns nv - nv nd - np \\
&\quad - np nd - nv + np nv - nv ky + np nv nd + np ns nv \\
nn &= (nv - 1) (-1 + np) \\
0 &= (nv \tau_{bl} ar - \tau_{bl} ar + kr \tau_{bl} (nv - 1) P(t)) Y(t) p_y(t) + Nal(t) \\
0 &= (-\tau_y J(t) + (\tau_s ar - \tau_s nv ar + (\tau_s nv - \tau_s - \tau_s (nv - 1) kr) P(t)) Y(t)) p_y(t) + N(t) \\
\frac{d}{dt} p_y(t) &= u(t) p_y(t) \\
Y(t) &= A M(t) + R(t) B e^{(b t - b t\theta)} \\
0 &= J(t) - \kappa M(t) - \left(\frac{d}{dt} M(t) \right) \\
0 &= p_y(t) J(t) - \beta_a FC(t) - \left(\frac{d}{dt} FC(t) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= \text{KdL}(t) - \left(\frac{d}{dt} L(t) \right) \\
0 &= \text{KdL}(t) - \theta (nd + 1) Ub_p(t) + (-J(t) + (an - kn P(t)) Y(t)) p_y(t) \\
&\quad + (1 - nn) \beta_a \text{FC}(t) - r_l(t) nn L(t) + (-1 - nd) \left(\frac{d}{dt} \text{Nal}(t) \right) - \left(\frac{d}{dt} N(t) \right) \\
0 &= -an - ar (nv - 1) (\tau_{bl} nd + \tau_{bl} - \tau_s) \rho(t) \\
&\quad + (kn + (\tau_s - \tau_s nv - (nv - 1) (\tau_{bl} nd + \tau_{bl} - \tau_s) kr) \rho(t)) P(t) \\
&\quad + \frac{(an + ar (nv - 1) (\tau_{bl} nd + \tau_{bl} - \tau_s) \rho(t)) A M(t)}{Y(t)} \\
\Omega(t) &= \\
&\quad \left(1 + \rho(t) \tau_y - \frac{\psi 2(t)}{p_y(t)} \right) \text{FC}(t) + \psi 4(t) L(t) + \psi 2(t) M(t) + (nd + 1) \text{Nal}(t) + N(t) \\
\frac{d}{dt} \rho(t) &= \frac{nn \beta_a}{\tau_y} + \rho(t)^2 + \left(\beta_a + \frac{1}{\tau_y} \right) \rho(t) \\
&\quad + \left(-\frac{an}{\tau_y} - \frac{ar (nv - 1) (\tau_{bl} nd + \tau_{bl} - \tau_s) \rho(t)}{\tau_y} \right) A + \frac{\left(\frac{-u(t) + \kappa}{\tau_y} - \frac{\beta_a}{\tau_y} \right) \psi 2(t)}{p_y(t)} \\
\frac{d}{dt} \psi 4(t) &= \beta_k + r_l(t) nn + (\beta_k + \rho(t)) \psi 4(t) \\
\frac{d}{dt} \psi 2(t) &= (\rho(t) + \kappa) \psi 2(t) + (-an - ar (nv - 1) (\tau_{bl} nd + \tau_{bl} - \tau_s) \rho(t)) A p_y(t) \\
PP(t) &= Ub_p(t) \theta \\
v(t) &= nd + 1 \\
f(t) &= 0
\end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3 – ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СОБСТВЕННИКА

В результате решения задачи оптимального управления мы получаем систему соотношений, описывающую поведение собственника.

Первая часть - это 7 простых выражений (VSP):

$$\begin{aligned}
f(t) &= \frac{f_b(t)}{v_b(t)} + \frac{f_p(t)}{v_p(t)} \\
v(t) &= \left(\frac{e^{(-\delta t + \delta t 0)}}{(\delta aa - e^{(-\delta T + \delta t 0)}) \delta} - \frac{e^{(-\delta T + \delta t 0)}}{(\delta aa - e^{(-\delta T + \delta t 0)}) \delta} \right) w_w(t) E(t) \\
\rho(t) &= \delta - E(t) + \frac{\frac{d}{dt} w_w(t)}{w_w(t)} \\
PP(t) &= V(t) \\
wV(t) &= w_w(t) V(t) \\
Zp(t) &= \theta_p zp(t)
\end{aligned}$$

$$Z_b(t) = \theta_b z_b(t)$$

Вторая часть - это система, определяющая прямые переменные (URA):

$$\left\{ 0 < \delta aa - e^{(-\delta T + \delta t\theta)} \right\}$$

$$\left\{ 0 < \delta - E(t) + \frac{\frac{d}{dt} w_w(t)}{w_w(t)} \right\}$$

$$\left[-\rho_p(t) + \delta - E(t) + \frac{\frac{d}{dt} w_w(t)}{w_w(t)} + \frac{\frac{d}{dt} v_p(t)}{v_p(t)} \right] [Kp(t)]$$

$$\left[\delta - E(t) + \frac{\frac{d}{dt} w_w(t)}{w_w(t)} - \rho_b(t) + \frac{\frac{d}{dt} v_b(t)}{v_b(t)} \right] [Kb(t)]$$

$$E(t) = \frac{\delta (-e^{(\delta(-T+t\theta))} + \delta aa)}{e^{(\delta(-t+t\theta))} - e^{(\delta(-T+t\theta))} + \delta aa}$$

$$0 = \Omega(T) - \Omega(t\theta) e^{(\gamma(T-t\theta))}$$

$$\Omega(t) = \frac{w_w(t) aa Q(t) E(t)}{\delta aa - e^{(-\delta T + \delta t\theta)}} + \frac{\theta_b Kb(t)}{v_b(t)} + \frac{\theta_p Kp(t)}{v_p(t)}$$

$$A(t) = 0$$

$$\frac{d}{dt} Kb(t) = \rho_b(t) Kb(t) - z_b(t) v_b(t) + \frac{f_b(t)}{\theta_b}$$

$$\frac{d}{dt} Kp(t) = \rho_p(t) Kp(t) - z_p(t) v_p(t) + \frac{f_p(t)}{\theta_p}$$

$$0 = \theta_p z_p(t) + \theta_b z_b(t) - w_w(t) V(t)$$

$$\frac{d}{dt} Q(t) = V(t)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 4 – ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ НАСЕЛЕНИЯ

В результате решения задачи оптимального управления мы получаем систему соотношений, описывающую поведение населения.

Первая часть - это 11 простых выражений (VSP):

$$\rho(t) = \frac{1}{q(t)} - \mu + u(t)$$

$$PP(t) = p_y(t) Q(t) \mu$$

$$v(t) = -\frac{1}{q(t) \mu (-1 + \eta)}$$

$$f(t) = s_r(t) R_r(t) + SB_x(t)$$

$$ph(t) = -\left(\frac{d}{dt} A(t) \right) - NdS(t) + s_r(t) R_r(t) + r_s(t) S(t) + SB_x(t)$$

$$R(t) = R_r(t)$$

$$\begin{aligned}
rs(t) &= s_r(t) R(t) \\
NrS(t) &= r_s(t) S(t) \\
SdS(t) &= NdS(t) \\
C(t) &= \frac{ph(t)}{p_y(t)} \\
V(t) &= \mu Q(t)
\end{aligned}$$

Вторая часть - это система, определяющая прямые переменные (URA):

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} p_y(t) &= u(t) p_y(t) \\
0 &= \Omega(T) - \Omega(t_0) e^{(\gamma(T-t_0))} \\
&\left[\frac{1}{q(t)} - \mu + u(t) \right] [A(t)] \\
&[1 - \psi_2(t)] [NdS(t) + \beta_s S(t)] \\
\frac{d}{dt} A(t) &= -p_y(t) Q(t) \mu - \left(\frac{d}{dt} Q(t) \right) p_y(t) - NdS(t) + s_r(t) R_r(t) + r_s(t) S(t) + SB_x(t) \\
\frac{d}{dt} S(t) &= NdS(t) \\
\frac{d}{dt} q(t) &= -1 + \left(\frac{\eta \left(\frac{d}{dt} Q(t) \right)}{Q(t)} + \Delta + \mu \right) q(t) \\
\frac{d}{dt} \psi_2(t) &= \left(\frac{1}{q(t)} - \mu + u(t) + \beta_s \right) \psi_2(t) - r_s(t) - \beta_s \\
\Omega(t) &= A(t) + p_y(t) Q(t) + \psi_2(t) S(t)
\end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 5 – ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ОБЛАСТИ

Первая часть - это простые выражения (VSP):

$$\begin{aligned}
NdB(t) &= LdB(t) \\
NdWr(t) &= w_w(t) LdW(t) \\
py(t) &= p_y(t) G(t)
\end{aligned}$$

Вторая часть - это основные соотношения (URA):

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} B(t) &= LdB(t) \\
\{0 \leq B(t)\} \\
\frac{d}{dt} A(t) &= Tax_x(t) + LdB(t) - p_y(t) G(t) - w_w(t) LdW(t) - Sub(t) \\
\{0 \leq A(t)\}
\end{aligned}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 6 – ОПИСАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ЦЕНТРАЛЬНОГО БАНКА

Описание деятельности ЦБ состоит из трех простых выражений(VSP):

$$E(t) = KGL_g(t) + w_w(t) V(t)$$

$$KG(t) = KGL_g(t)$$

$$wV(t) = w_w(t) V(t)$$

и трех соотношений (URA):

$$\frac{d}{dt} R(t) = V(t)$$

$$\frac{d}{dt} L(t) = KGL_g(t)$$

$$\frac{d}{dt} MB(t) = KGL_g(t) + w_w(t) V(t)$$